Un'equazione di II grado completa si presenta nella forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Si risolve applicando la seguente formula (di cui si omette la dimostrazione):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Il simbolo ± indica che dall'applicazione di tale formula si ottengono due risultati risolvendo prima con il + e poi con il -

$b^2 - 4ac$ (radicando, cioè valore sotto il segno di radice) è detto **DISCRIMINANTE o DELTA** e si indica con la lettera maiuscola dell'alfabeto greco Δ.
Il suo nome deriva dal fatto che il suo valore "discrimina", cioè permette di distinguere **tre casi,** che danno tipi di soluzione diversi:

I caso: $\Delta>0$ in questo caso si procede col calcolo della formula e si ottengono due valori di x, quindi **due soluzioni reali e distinte**

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

es. $3x^2 - x - 4 = 0 \qquad a = 3 \quad b = -1 \quad c = -4$

risolvo $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3(-4)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{6} = \begin{matrix} x_1 = \frac{1-7}{6} = -1 \\ x_2 = \frac{1+7}{6} = \frac{4}{3} \end{matrix}$

altri esempi : $5x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \left[1; -\frac{3}{5}\right] \qquad 2x^2 + 5x + 2 = 0 \quad \left[-\frac{1}{2}; -2\right]$

II caso: $\Delta = 0$ in questo caso la parte sotto radice dà 0, quindi essendo ± 0 non si hanno due casi distinti ma uno stesso valore, contato due volte, cioè **due soluzioni reali coincidenti** <u>(soluzione doppia)</u>

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$es: \quad 9x^2 - 6x + 1 = 0 \quad a = 9 \quad b = -6 \quad c = 1$$

$$risolvo \quad x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 9}}{2 \cdot 9} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{6 \pm 0}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{6}$$

$$altri\ esempi: \ x^2 + 2x + 1 = 0 \quad [1;1] \qquad x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0 \quad \left[\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$$

III caso:$\Delta<0$ in questo caso sotto radice c'è un numero negativo, quindi non ci sono soluzioni reali. Si hanno **due soluzioni complesse, non reali distinte,** oppure si dice che l'equazione è ***impossibile in R***

$$es: \ x^2 + x + 3 = 0 \qquad a = 1 \qquad b = 1 \qquad c = 3$$

$$risolvo \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} = imp\ in\ R$$

$$altri\ esempi: \ x^2 - 6x + 10 = 0 \ [imp] \qquad 4x^2 - 4x + 2 = 0 \ [imp]$$