El conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$)

Para resolver los casos de imposibilidad de la sustracción en $\mathbb{N}$, el hombre creó los números enteros.

$$\mathbb{Z} = \{......, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

donde $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \mathbb{N}^-$

Siendo $\mathbb{N}^-$ el conjunto formado por los opuestos de los elementos de $\mathbb{N}$. Es decir que:

$$\mathbb{N}^- = \{-1, -2, -3, -4, ...\}$$

Recordemos que el 0 no es positivo ni negativo y que los naturales se llaman también **enteros positivos.**

En $\mathbb{N}$ no es posible resolver $3-10$.

En $\mathbb{Z}$ si se puede resolver pues: $3-10=-7 \in \mathbb{Z}$

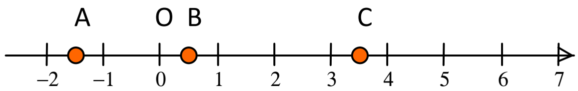
Propiedades del Conjunto $\mathbb{Z}$

1. $\mathbb{Z}$ es un conjunto infinito.
2. Entre dos números enteros siempre existe un número finito de números enteros. Es decir, $\mathbb{Z}$ es un conjunto **discreto**.
   Si a y b son números enteros, siendo a < b , entre a y b existen (b – a – 1) números enteros.
3. $\mathbb{Z}$ no tiene primer elemento y tampoco tiene último elemento.
4. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. Todo número natural es entero, pero no todo número entero es natural.
5. El valor absoluto de un número entero a se representa $|a|$. Por definición es el propio número a, si éste es positivo y es su opuesto, si este es negativo.
   $|7| = 7$
   $|-7| = 7$
   $|7| = |-7| = 7$
6. Todo número entero tiene un **sucesor**.
   $12 \ \textit{es el sucesor de} \ 11$
   $-19 \ \textit{es el sucesor de} \ -20$
7. Un número entero y su sucesor se llaman **consecutivos.**
   Si $a \, y \, b$ son números enteros, $a \, y \, b$ son consecutivos si $|b-a| = 1$
8. Todo número entero tiene **antecesor**.
   Si $a \, y \, b$ son números enteros, a es el antecesor de b si se verifica que $b-a=1$
9. Ley de Tricotomía
   Dado cualquier par de números enteros a y b, se verifica necesariamente una y solamente una de las siguientes:
   a < b ; a = b ó a > b

   Así, se define en $\mathbb{Z}$ una relación de orden. En consecuencia, decimos que el conjunto de los números enteros está totalmente ordenado por la relación menor o igual.

Representación de $\mathbb{Z}$ en la recta numérica

Para representar $\mathbb{Z}$ en la recta numérica elegimos un punto fijo O (origen) y un segmento unitario.



Hacemos corresponder al origen O el número entero 0 (cero). Los números enteros positivos se representan a la derecha del cero y los enteros negativos a la izquierda del cero.

A cada número entero le corresponde un punto y sólo uno sobre la recta, pero existen infinitos puntos como A, B y C sobre la recta a los que no les corresponden números enteros, es decir, los números enteros no completan la recta numérica.