



GOBIERNO DE  
**CHILE**  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

**MATEMÁTICA**  
**Programa de Estudio**  
**Octavo Año Básico**

**Propuesta presentada a revisión del  
Consejo Nacional de Educación**

*Texto por incluir  
(Carta del Ministro)*

Documento borrador

## INDICE

<b>Presentación</b>	4
<b>Nociones básicas</b>	5
-Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes	5
-Objetivos Fundamentales Transversales	8
-Mapas de Progreso	9
<b>Consideraciones generales para implementar el programa</b>	11
-Uso del lenguaje	11
-Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación	12
-Atención a la diversidad	12
<b>Orientaciones para planificar y evaluar</b>	14
-Orientaciones para planificar	14
-Orientaciones para la evaluación	16
<b>Matemáticas: Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas</b>	18
<b>Visión global del año</b>	22
- Cuadro sinóptico de aprendizajes esperados	22
<b>Unidades</b>	
- Semestre 1	23
- Unidad 1. Números y Álgebra	24
- Unidad 2. Geometría	31
-Semestre 2	43
- Unidad 3. Datos y Azar	44
- Unidad 4. Álgebra	56
<b>Material de apoyo sugerido</b>	62
<b>Anexos:</b>	
-Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares	66
-Anexo 2: Planificación y evaluación: Orientaciones específicas	67
-Anexo 3: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad.	73
-Anexo 4: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad	74
-Anexo 5: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)	76

## PRESENTACIÓN

*El programa como propuesta para lograr los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos*

El programa de estudio ofrece una propuesta para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar. Esta propuesta tiene como propósito promover el logro de los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el marco curricular<sup>1</sup>.

La ley establece que cada establecimiento puede elaborar sus propios programas de estudio, previa aprobación de los mismos por parte del Mineduc. El presente programa constituye una propuesta para aquellos establecimientos que no cuentan con programas propios.

Los principales componentes que conforman la propuesta del programa son:

- Una especificación de los aprendizajes que se deben lograr para alcanzar los OF y CMO del marco curricular, lo que se expresa a través de los *aprendizajes esperados*<sup>2</sup>.
- Una organización temporal de estos aprendizajes en semestres y unidades
- Una propuesta de actividades de aprendizaje y de evaluación, presentadas a modo de sugerencia.

De manera adicional a estos componentes, se presenta un conjunto de elementos que se entregan con la finalidad de orientar el trabajo pedagógico realizado a partir del programa y promover el logro de los objetivos que éste propone.

La totalidad de los elementos que componen el programa se organizan de la siguiente manera:

- *Nociones básicas.* Esta sección presenta conceptos fundamentales que están a la base del Marco Curricular, y a la vez una visión general sobre la función de los mapas de progreso.
- *Consideraciones generales para implementar el programa.* Consisten en orientaciones relevantes para trabajar con el programa y organizar el trabajo en torno al mismo.
- *Orientaciones para planificar y evaluar.* Entregan sugerencias generales para poner estos procesos al servicio del logro de los aprendizajes definidos en el programa.
- *Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas.* Esta sección presenta sintéticamente los propósitos y sentidos sobre los que se articulan los aprendizajes del sector y las habilidades a desarrollar. También entrega algunas orientaciones pedagógicas relevantes para implementar el programa en el sector.
- *Visión global del año.* Presenta la totalidad de aprendizajes esperados a desarrollar durante el año, organizados de acuerdo a unidades.
- *Unidades.* Junto con especificar los aprendizajes esperados propios a la unidad, incluyen indicadores de evaluación y sugerencias de actividades que apoyan y orientan el trabajo destinado a promover estos aprendizajes.
- *Instrumentos y ejemplos de evaluación.* Ilustran formas de apreciar el logro de los aprendizajes esperados, y presentan estrategias diversas que pueden ser utilizadas para este fin.
- *Material de apoyo sugerido.* Se trata de recursos bibliográficos y electrónicos que pueden ser utilizados para promover los aprendizajes del sector, distinguiendo aquéllos para ser consultados por el docente de los que pueden ser utilizados por los estudiantes.

<sup>1</sup> Decretos supremos 254 y 256 de 2009.

<sup>2</sup> Algunos casos estos aprendizajes están formulados en los mismos términos que algunos de los OF del marco curricular. Esto ocurre cuando dicho OF puede ser desarrollado de manera íntegra en una misma unidad de tiempo, sin que sea necesario su desglose en definiciones más específicas.

## NOCIONES BÁSICAS

### 1. Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes

*Habilidades, conocimientos y actitudes...*

Los aprendizajes que se promueve el marco curricular y los programas de estudio apuntan a un desarrollo integral de los estudiantes. Para estos efectos, estos aprendizajes involucran tanto al desarrollo de conocimientos propios de la disciplina, como habilidades y actitudes.

*...movilizados para enfrentar diversas situaciones y desafíos...*

Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto del sector de aprendizaje, como al desenvolverse en su entorno. Esto supone una orientación hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de conocimientos, habilidades y actitudes para desarrollar de manera efectiva una acción determinada.

*...y que se desarrollan de manera integrada.*

Se trata de una noción de aprendizaje en la que estas habilidades, conocimientos y actitudes se desarrollan de manera integrada, enriqueciéndose y potenciándose de manera recíproca.

*Requieren ser promovidas de manera sistemática*

Las habilidades, conocimientos y actitudes no se adquieren espontáneamente a través del estudio de las disciplinas. Requieren ser promovidas de manera metódica y estar explícitas en los propósitos que articulan el trabajo de los docentes.

#### **Habilidades**

*Son importantes porque...*

*Son fundamentales en el actual contexto social*

... el aprendizaje involucra no sólo el saber, sino también el saber hacer. Por otra parte, la continua expansión y complejización del conocimiento demanda crecientemente capacidades de pensamiento que permitan, entre otras cosas, utilizar el conocimiento de manera apropiada y rigurosa; adquirir nuevos conocimientos; examinar críticamente la diversidad de fuentes de información disponibles; y generar nuevos conocimientos e información.

Esta situación hace relevante la promoción de diversas habilidades, como por ejemplo: resolver problemas, formular conjeturas, realizar cálculos en forma mental y escrita y verificar proposiciones simples, entre otras.

Se deben desarrollar de manera integrada porque ...

*Permiten poner en juego los conocimientos*

... sin el desarrollo de habilidades, los conocimientos y conceptos que puedan adquirir los alumnos resultan elementos inertes, es decir, elementos que no pueden ser puestos en juego para comprender y enfrentar las diversas situaciones a las que se ven enfrentados.

### **Conocimientos**

*Son importantes porque ...*

*Enriquecen la comprensión y la relación con el entorno*

... los conceptos de las disciplinas o sectores de aprendizaje enriquecen la comprensión de los estudiantes sobre los fenómenos a los que se ven enfrentados. Les permiten relacionarse con el entorno utilizando nociones de una complejidad y profundidad que complementan de una manera crucial el saber obtenido desde el sentido común y de la experiencia cotidiana. Adicionalmente, estos conceptos son fundamentales para la construcción de nuevos aprendizajes por parte de los estudiantes.

Por ejemplo, si se observa una información en un diario que contenga datos representados en tablas o gráficos, el estudiante utiliza sus conocimientos sobre estadística para interpretar a esa información. Los conocimientos previos le capacita para predecir sobre lo que va a leer para luego verificar sus predicciones en la medida que entiende la información y así construir este nuevo conocimiento.

*Se deben desarrollar de manera integrada porque...*

*Son una base para el desarrollo de habilidades*

... son una condición para el desarrollo de las habilidades. Las habilidades no se desarrollan en un vacío, sino sobre la base de ciertos conceptos o conocimientos determinados.

### **Actitudes**

*Son importantes porque ...*

*Están involucradas en los propósitos formativos de la educación*

... los aprendizajes no son elementos que involucren únicamente la dimensión cognitiva. Siempre están asociados con las actitudes y disposiciones de los estudiantes. Dentro de los propósitos establecidos para la educación se contempla el desarrollo en los ámbitos personal, social, ético y ciudadano. Estos involucran aspectos de carácter afectivo, y a la vez el desarrollo de ciertas disposiciones.

A modo de ejemplo, los aprendizajes involucran actitudes tales como perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos, trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos y respeto por ideas distintas a las propias.

*Se deben desarrollar de manera integrada porque...*

*Son enriquecidas por los conocimientos y habilidades*

... en muchos casos requieren de los conocimientos y habilidades para su desarrollo. Estos conocimientos y habilidades entregan herramientas necesarias para elaborar juicios informados, analizar críticamente diversas circunstancias, y para contrastar criterios y decisiones, entre otros procesos involucrados en el desarrollo de actitudes.

*Orientan la forma de usar los conocimientos y habilidades*

A la vez, las actitudes orientan el sentido y el uso que cada alumno otorgue a los conocimientos y habilidades adquiridas. Son por lo tanto un antecedente necesario para hacer un uso constructivo de estos elementos.

Documento borrador

## 2. Objetivos Fundamentales Transversales (OFT)

*Son propósitos generales definidos en el currículum...*

*... que deben ser promovidos en la totalidad de la experiencia escolar.*

*Integran conocimientos, habilidades y actitudes*

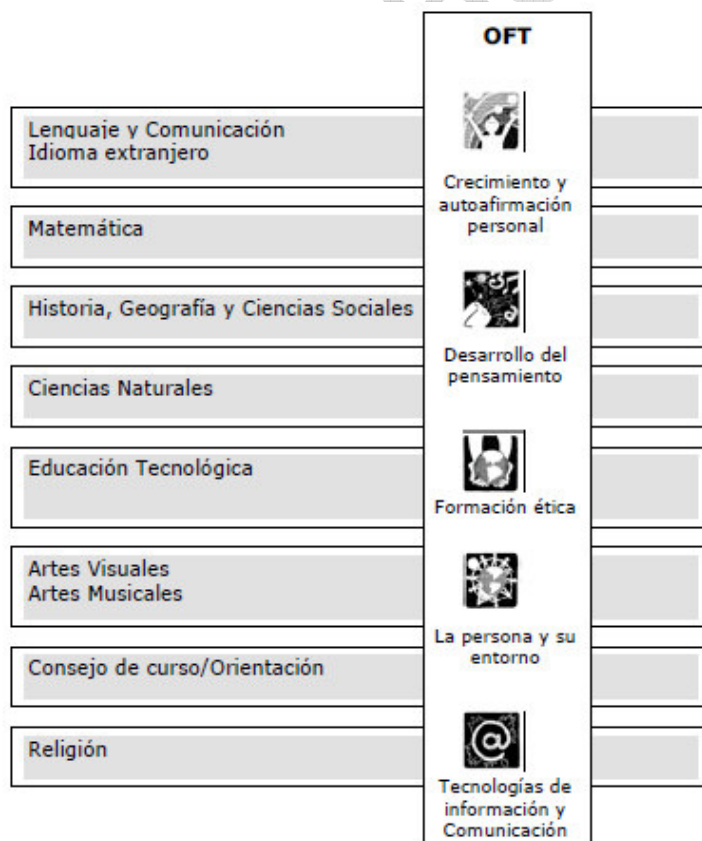
*Se organizan en una matriz común para educación básica y media.*

Son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y que apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional, y por lo tanto los establecimientos deben hacerse cargo de promover su logro.

Los OFT no se desarrollan a través de un sector de aprendizaje en particular, sino que dependen del conjunto del currículum. Tienen lugar tanto a través de las diversas disciplinas del currículum, como de las diversas dimensiones del quehacer educativo (por ejemplo, a través del proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina o las ceremonias escolares).

No se trata de objetivos que involucren únicamente actitudes y valores. Supone la integración de estos elementos con el desarrollo de conocimientos y habilidades.

A partir de la actualización al marco curricular realizada el año 2009, estos objetivos están organizados bajo un esquema común para la Educación Básica y la Educación Media. De acuerdo a este esquema, los Objetivos Fundamentales Transversales se Organizan en 5 ámbitos: crecimiento y autoafirmación personal, desarrollo del pensamiento, formación ética, la persona y su entorno, y tecnologías de información y comunicación.





### 3. Mapas de progreso

*Describen  
sintéticamente  
cómo progresa el  
aprendizaje...*

Son descripciones generales que señalan de qué manera progresan típicamente los aprendizajes en las áreas clave de un sector determinado. Se trata de formulaciones sintéticas que se centran en los aspectos esenciales de cada sector. A partir de esto ofrecen una visión panorámica sobre el conjunto de la progresión del aprendizaje en los 12 años de escolaridad<sup>3</sup>.

*... de manera  
congruente con el  
marco curricular y  
los programas de  
estudio.*

Los mapas de progreso no establecen aprendizajes adicionales a los definidos en el marco curricular y los programas de estudios. La progresión que describen es una expresión más gruesa y sintética de los aprendizajes que estos dos instrumentos establecen, y que por lo tanto se inscribe dentro de lo que se plantea en ellos. Su particularidad consiste en la visión de conjunto que entregan sobre la progresión esperada a lo largo de toda la asignatura.

¿Qué utilidad tienen los mapas de progreso para el trabajo de los docentes?

*Sirven de apoyo  
para planificar y  
evaluar...*

Los mapas de progreso pueden ser un apoyo importante tanto para **definir objetivos adecuados** como para realizar el proceso de **evaluación** (ver orientaciones para la planificación y para la evaluación que se presentan en el programa).

Adicionalmente, los mapas de progreso son un referente útil para **atender a la diversidad** de estudiantes dentro del aula.

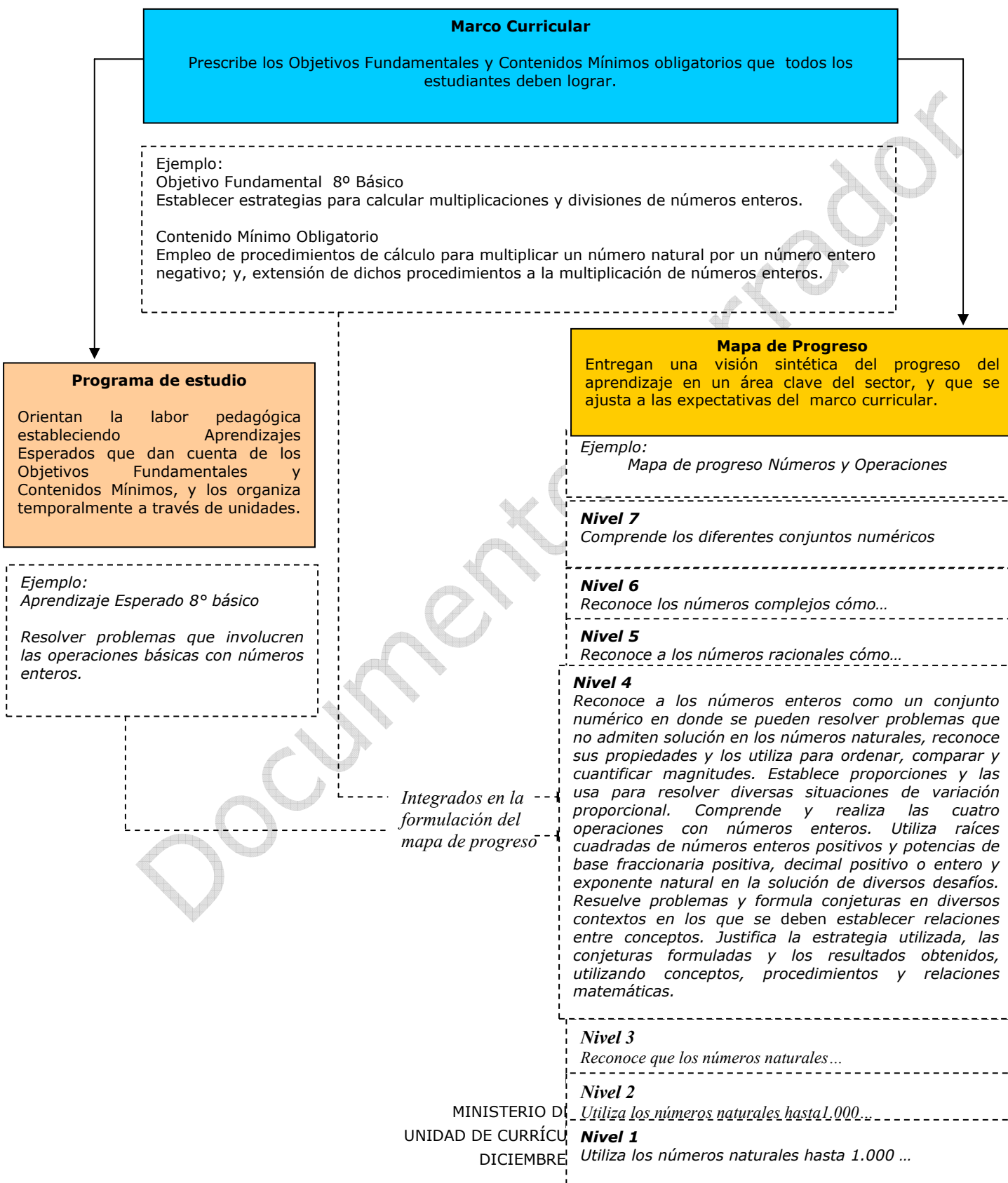
*... y para atender la  
diversidad  
al interior del curso.*

- Permiten dar un paso que va más allá de la simple constatación que existen distintos niveles de aprendizaje dentro de un mismo curso. Dan pie para caracterizar e identificar con mayor precisión en qué consisten estas diferencias, a partir de su uso para analizar los desempeños de los estudiantes.
- La progresión que describen permite reconocer en qué sentido orientar los aprendizajes de los distintos grupos que se manifiestan en un mismo curso, tanto de aquellos que no han logrado el nivel esperado para el curso, como para aquellos que ya lo han alcanzado o superado.

Expresan el progreso del aprendizaje en un área clave del sector de manera sintética y alineada al marco curricular

<sup>3</sup> Los mapas de progreso describen en 7 niveles el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel I corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de Segundo Básico; el nivel 2 corresponde al término de Cuarto Básico, y así sucesivamente. El nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa para Cuarto Medio, que describe el nivel 6 en cada mapa.

## Relación entre Mapas de progreso, Programa de estudio y Marco Curricular



## CONSIDERACIONES GENERALES PARA IMPLEMENTAR EL PROGRAMA

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan algunos elementos relevantes al momento de implementar el programa. Algunas de estas orientaciones se vinculan estrechamente con algunos de los OFT contemplados en el currículum.

### 1. Uso del lenguaje

*La lectura, la escritura y la comunicación oral deben ser promovidas en los distintos sectores de aprendizaje*

Los docentes deben promover el ejercicio de la comunicación oral, de la lectura y la escritura como parte constitutiva del trabajo pedagógico correspondiente a cada sector de aprendizaje.

Esto se justifica porque las habilidades de comunicación son herramientas fundamentales que los estudiantes deben emplear para alcanzar los aprendizajes propios de cada sector. Se trata de habilidades que no se desarrollan únicamente en el contexto del sector Lenguaje y Comunicación, sino que se consolidan a través del ejercicio en diversos espacios y en torno a diversos temas, y por lo tanto, involucran los otros sectores de aprendizaje del currículum.

Al momento de recurrir a la lectura, la escritura y la comunicación oral, los docentes deben procurar:

#### Lectura:

- la lectura de distintos tipos de textos relevantes para el sector (textos informativos propios del sector, textos periodísticos, narrativos, tablas y gráficos);
- la lectura de textos de creciente complejidad en los que se utilicen conceptos especializados del sector;
- la identificación de las ideas principales y la localización de información relevante;
- la realización de resúmenes, síntesis de las ideas y argumentos presentados en los textos;
- la búsqueda de información en fuentes escritas, discriminándola y seleccionándola de acuerdo a su pertinencia ;
- la comprensión y dominio de nuevos conceptos y palabras.

*Se deben contemplar diversas consideraciones al promover estas habilidades*

#### Escritura:

- la escritura de textos de diversa extensión y complejidad (por ejemplo, reportes, ensayos, descripciones, respuestas breves);
- la organización y presentación de información a través de esquemas o tablas;
- la presentación de las ideas de una manera coherente y clara;
- el uso apropiado del vocabulario en los textos escritos;
- el uso correcto de la gramática y de la ortografía.

#### Comunicación oral:

- la capacidad de exponer ante otras personas;
- la expresión de ideas y conocimientos de manera organizada;
- el desarrollo de la argumentación al formular ideas y opiniones;
- un uso del lenguaje con niveles crecientes de precisión, incorporando los conceptos propios del sector;
- el planteamiento de preguntas para expresar dudas, inquietudes, y para superar dificultades de comprensión;
- la disposición para escuchar información de manera oral, manteniendo la atención durante el tiempo requerido;
- la interacción con otras personas para intercambiar ideas, analizar información y elaborar conexiones en relación a un tema en particular, compartir puntos de vista y desarrollar acuerdos.

## 2. Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TICs)

*El uso de las TICs debe ser promovido a través de los sectores de aprendizaje*

El desarrollo de las capacidades para utilizar las tecnologías de la información y comunicación (TICs) está contemplado de manera explícita como uno de los Objetivos Fundamentales Transversales del marco curricular. Esto demanda que el dominio y uso de estas tecnologías se promueva de manera integrada al trabajo realizado al interior de los sectores de aprendizaje. Para esto se debe procurar que la labor de los estudiantes incluya el uso de las TICs para:

*Se puede recurrir a diversas formas de utilizar estas tecnologías.*

- buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes; y seleccionar esta información examinando críticamente su relevancia y calidad
- procesar y organizar datos utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en éstas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector
- desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (Power Point), así como herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video
- intercambiar información a través de las herramientas que ofrece Internet como el correo electrónico, Chat, espacios interactivos en sitios web, o comunidades virtuales
- respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TICs, como el cuidado personal y el respeto por el otro al utilizar estas herramientas, señalar las fuentes de donde se obtiene la información, y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales

## 3. Atención a la diversidad

*La diversidad entre estudiantes establece desafíos que deben ser tomados en consideración*

En el trabajo pedagógico, el docente debe tomar en cuenta la diversidad entre los estudiantes, ya sea en términos culturales, sociales, étnicos o religiosos; así como en términos de estilos de aprendizaje y de los niveles de conocimiento.

Esta diversidad trae consigo desafíos que requieren ser contemplados por los docentes. Entre estos cabe señalar:

- promover el respeto a cada uno de los estudiantes, en un contexto de tolerancia y apertura, evitando las distintas formas de discriminación
- procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación al contexto y la realidad de los estudiantes
- procurar que todos los estudiantes logren los objetivos de aprendizaje señalados en el currículum, pese a la diversidad que se manifiesta entre ellos

### *Atención a la diversidad y promoción de aprendizajes*

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica “expectativas más bajas” para algunos estudiantes. Por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece cuando nos damos cuenta que para que *todos* los alumnos alcancen altas expectativas, debemos reconocer sus necesidades didácticas personales. Aspiramos a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel o grado.

*Es necesario atender a la diversidad para que todos logren los aprendizajes.*

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad no implica “expectativas más bajas”, por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece cuando nos damos cuenta que para que los alumnos alcancen altas expectativas, debemos reconocer sus necesidades didácticas personales. Aspiramos a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel de curso.

En atención a lo anterior, es conveniente que al momento de diseñar el trabajo en una unidad, el docente debe considerar que para que algunos estudiantes logren estos aprendizajes precisarán más tiempo o métodos diferentes. Para esto debe desarrollar una planificación inteligente que genere las condiciones que le permitan:

*Esto demanda conocer qué saben, y en base a esto definir flexiblemente las diversas medidas pertinentes*

- conocer los diferentes niveles de aprendizaje y conocimientos previos de los estudiantes
- evaluar y diagnosticar en forma permanente para reconocer las necesidades de aprendizaje
- definir la excelencia considerando el progreso individual como punto de partida
- incluir combinaciones didácticas (agrupamientos, trabajo grupal, rincones) y materiales diversos (Visuales, objetos manipulables)
- evaluar de diversas maneras a los alumnos y dar tareas con múltiples opciones
- promover la confianza de los alumnos en sí mismo
- Promover un trabajo sistemático por parte de los estudiantes y ejercitación abundante

# ORIENTACIONES PARA PLANIFICAR Y EVALUAR

## I. ORIENTACIONES PARA PLANIFICAR

*La planificación favorece el logro de los aprendizajes*

La planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para que los estudiantes logren los aprendizajes que deben alcanzar.

*El programa sirve de apoyo a la planificación a través de un conjunto de elementos elaborados para este fin*

Los programas de estudio del Ministerio de Educación constituyen una herramienta de apoyo al proceso de planificación. Para estos efectos han sido elaborados como un material flexible que los profesores pueden adaptar a su realidad en los distintos contextos educativos del país.

El principal referente que entrega el programa de estudio para planificar son los **aprendizajes esperados**. De manera adicional, el programa apoya de planificación a través de la propuesta de **unidades**, de la **estimación del tiempo** cronológico requerido en cada una, y de la **sugerencia de actividades** para desarrollar los aprendizajes.

### Consideraciones generales para realizar la planificación

La planificación es un proceso que se recomienda realizar considerando los siguientes aspectos

*Se debe planificar tomando en cuenta la diversidad, el tiempo real, las prácticas anteriores y los recursos disponibles*

- La diversidad de niveles de aprendizaje que han alcanzado los estudiantes del curso, lo que implica planificar considerando desafíos para distintos grupos de alumnos.
- El tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible.
- Las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios.
- Los recursos para el aprendizaje con que se cuenta: textos escolares, materiales didácticos, recursos elaborados por la escuela o aquellos que es necesario diseñar, laboratorio, materiales disponibles en el Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA), entre otros.

### Sugerencias para el proceso de planificación

Para que la planificación efectivamente ayude al logro de los aprendizajes, debe estar centrada en torno a estos y desarrollarse a partir de una visión clara de los mismos. Para lograr esto se recomienda desarrollar la planificación en los siguientes términos:

*Lograr una visión lo más clara y concreta posible sobre los desempeños que dan cuenta de los aprendizajes ...*

... y en base a esto  
decidir las  
evaluaciones, las  
estrategias de  
enseñanza, y la  
distribución  
temporal.

- Partir por una especificación de los aprendizajes esperados que no se limite a listarlos. Una vez identificados, es necesario desarrollar una idea lo más clara posible de las expresiones concretas de estos aprendizajes. Esto implica reconocer qué desempeños de los estudiantes dan cuenta del logro de los aprendizajes. Se debe poder responder preguntas como ¿Qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado aprendizaje esperado?, ¿qué habría que observar para saber que un aprendizaje ha sido logrado?
- A partir de las respuestas a estas preguntas, decidir las evaluaciones a realizar y las estrategias de enseñanza. Específicamente, se debe identificar qué tarea de evaluación es más pertinente para observar el desempeño esperado, así como las modalidades de enseñanza que facilitarán su desarrollo. En base a este proceso se deben definir las evaluaciones formativas y sumativas, las actividades de enseñanza, y las instancias de retroalimentación. A su vez, esto constituye un antecedente central al momento de distribuir el tiempo del sector, ya sea al realizar la planificación anual, al planificar una unidad, o al realizar un plan de clase.

Para llevar a cabo este proceso, los docentes pueden complementar los programas con los mapas de progreso. Estos entregan elementos útiles para reconocer el tipo de desempeño asociado a los aprendizajes.

Expresiones más concretas respecto de la forma de desarrollar la planificación se pueden encontrar en las orientaciones específicas para el proceso de planificación anual, de unidad y de clase que se presenta en el Anexo 2.

## II. ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

Apoya el proceso de aprendizaje al permitir su monitoreo, retroalimentar a los estudiantes y sustentar la planificación.

La evaluación es un proceso que forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No sólo debe ser utilizada como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y desarrollo del aprendizaje. Para que la evaluación efectivamente cumpla con esta función debe tener como objetivos.

- Ser un medio con el cual medimos progreso en el logro de los aprendizajes.
- Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los estudiantes, y sobre esta base retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector.
- Ser una herramienta útil para la planificación.

### ¿Cómo promover el aprendizaje a través de la evaluación?

Las evaluaciones adquieren su mayor potencial para promover el aprendizaje si se llevan a cabo considerando lo siguiente:

Explicitar qué se evaluará

- **Informar a los alumnos sobre los aprendizajes que se evaluarán.** Esto facilita que puedan orientar su actividad hacia la consecución de los aprendizajes que deben lograr.

Identificar logros y debilidades

- **Elaborar juicios sobre el grado en que se logran los aprendizajes que se busca alcanzar, fundados en el análisis de los desempeños de los alumnos.** Las evaluaciones entregan información para conocer las fortalezas y debilidades de los estudiantes. El análisis de esta información permite tomar decisiones dirigidas a mejorar resultados alcanzados.

Ofrecer retroalimentación

- **Retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades.** Compartir esta información con los estudiantes permite orientarlos acerca de los pasos que deben seguir para avanzar. Permite también desarrollar procesos metacognitivos y reflexivos destinados a favorecer sus propios aprendizajes, y que a la vez facilitan involucrarse y comprometerse con éstos.

### ¿Cómo se pueden articular los Mapas de Progreso del Aprendizaje con la evaluación?

Los Mapas de Progreso ponen a disposición de las escuelas de todo el país un mismo referente para observar el desarrollo del aprendizaje de los alumnos, ubicándolos en un continuo de progreso.

Los Mapas de Progreso apoyan el seguimiento de los aprendizajes en tanto permiten:

Los mapas apoyan diversos aspectos del proceso de evaluación

- Reconocer aquellos aspectos y dimensiones que son esenciales de evaluar.
- Clarificar la expectativa de aprendizaje nacional, al conocer la descripción de cada nivel, sus ejemplos de desempeño y el trabajo concreto de estudiantes que ilustran esta expectativa.



- Observar el desarrollo, progresión o crecimiento de las competencias de un alumno, al constatar cómo sus desempeños se van desplazando en el mapa.
- Contar con modelos de tareas y preguntas que permiten a cada alumno evidenciar sus aprendizajes.

En el anexo 2 se presentan orientaciones específicas respecto de pasos relevantes a considerar en el diseño de las evaluaciones.

Documento borrador

## **Matemática: Propósitos, Habilidades Y Orientaciones Didácticas**

El aprendizaje de la Matemática ayuda en la comprensión de la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre estas herramientas se encuentra el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y la selección de estrategias para resolver problemas. Todo esto contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo y al desarrollo de actitudes tales como la precisión, rigurosidad, perseverancia y confianza en sí mismo, las cuales se valoran no sólo en la Ciencia y la Tecnología sino también en todos los aspectos de la vida cotidiana.

El aprendizaje de la matemática contribuye también al desarrollo de habilidades asociadas a la comunicación, proporcionando precisión y rigurosidad en la presentación de la información, así mismo generando en el receptor, las competencias para exigir precisión y rigor tanto en la información como en los argumentos que recibe.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en el desarrollo, desempeño y vida de las personas. En efecto, el entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. De esta forma el aprendizaje de la matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades. El proceso de aprender matemática, por lo tanto, interviene en la capacidad de la persona para sentirse un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, la calidad, pertinencia y amplitud de ese conocimiento afecta las posibilidades y la calidad de vida de las personas, y a nivel de la sociedad, afecta el potencial de desarrollo del país.

La matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus relaciones, preparando a los estudiantes en la comprensión del medio y de las complejas relaciones que se dan en un espacio simbólico y físico de complejidad creciente. Espacios en los que la cultura, la tecnología y las ciencias se están redefiniendo y complejizando en forma permanente, donde las finanzas, los sistemas de comunicaciones, las interrelaciones entre naciones y culturas se relacionan y se globalizan.

### **Habilidades Matemáticas**

En el aprendizaje de las Matemáticas se desarrollan competencias intelectuales del estudiante tales como el razonamiento lógico, la visualización espacial y el pensamiento analítico, el cálculo, el razonamiento, el modelamiento y las habilidades para resolver problemas. La tabla siguiente puede resultar útil, por ejemplo, para:

- Observar transversalmente las habilidades que se desarrollan en el sector
- Focalizarse en un nivel y diseñar actividades y evaluaciones que enfatizen dichas habilidades.
- Situar en el nivel y observar las habilidades que se intencionaron los años anteriores y las que se trabajarán más adelante.
- Observar diferencias y similitudes en los énfasis por ciclos de enseñanza.

Habilidades de pensamiento matemático					
4° básico	5° básico	6° básico	7° básico	8° básico	I° medio
Resolver problemas en contextos significativos que requieren el uso de los contenidos del nivel.	Resolver problemas en contextos diversos, significativos.	Resolución de problemas en contextos significativos	Resolución de problemas en contextos diversos y significativos utilizando los contenidos del nivel.	Resolución de problemas en contextos diversos y significativo	Analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos
			Analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos.	Evaluar la validez de los resultados obtenidos y el empleo de dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones.	Fundamentar opiniones y tomar decisiones.
Formular conjeturas y verificarlas, para algunos casos particulares		Formular y verificar conjeturas, en casos particulares,			
Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.	Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.		Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.		
Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	
			Emplear formas simples de modelamiento matemático	Emplear formas simples de modelamiento matemático.	Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables.
				Verificar proposiciones simples, para casos particulares	Diferenciar entre verificación y demostración de propiedades

## Orientaciones didácticas

Este sector está concebido como una oportunidad para que los estudiantes desarrollen **aprendizajes para la vida**, ya que la Matemática constituye un área de la cultura poderosa en la comprensión, explicación y predicción de situaciones y fenómenos del medio que nos rodea. De esto se desprende la importancia del esfuerzo que deben hacer los docentes para que todos los estudiantes en nuestro país aprendan los conocimientos y desarrollen las capacidades propias de esta disciplina. Se sugieren en estos programas algunas orientaciones que pueden ayudar a los docentes en su planificación y en sus clases para cumplir con este objetivo:

### Los conceptos Matemáticos: profundidad e integración

Los estudiantes deben desarrollar y explorar las ideas matemáticas en profundidad y deben ver las matemáticas como un todo integrado, no como fragmentos aislados del conocimiento. A los estudiantes se les debe enfrentar a variadas experiencias de aprendizaje para ayudarlos a desarrollar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos así como sus conexiones y aplicaciones de tal manera que les permita participar activamente y obtener mayor confianza en explorar y aplicar las matemáticas. Se recomienda especialmente en el ciclo básico el

uso de material concreto, de trabajos prácticos y el apoyo de la tecnología como parte de estas experiencias de aprendizaje.

### **El uso del contexto**

Es importante que la matemática sea presentada como una disciplina culturalmente situada, con historia, con impacto en otras áreas del conocimiento científico o tecnológico, con consecuencias y aplicaciones. La pregunta acerca del origen de los conceptos y modelos matemáticos, y su ubicación histórica en el desarrollo del pensamiento de la humanidad, son anclas importantes del conocimiento que debemos proponer a nuestros estudiantes. El uso de analogías y representaciones cercanas a los estudiantes, son un recurso didáctico altamente recomendado, especialmente en las etapas de exploración. A su vez, se sugiere el uso de las aplicaciones de la matemática a otras áreas del conocimiento y en la vida diaria, como un apoyo en la construcción del conocimiento matemático.

### **Razonamiento matemático y resolución de problemas**

La matemática se construye a partir de regularidades que subyacen a situaciones aparentemente diversas, de esta forma contribuye al desarrollo del razonamiento por sobre la acción mecánica. Por esto es central hacer uso frecuentemente de preguntas y situaciones que inviten a buscar regularidades, desarrollar la noción de estrategia, hacerlas explícitas, comparar diversas formas de abordar problemas, así como generar situaciones en las que sea natural que los estudiantes formulen y verifiquen conjeturas acerca del comportamiento de los elementos y relaciones con que se trabaja, analizar los procedimientos por medio de los cuales se resuelve un problema, justificar y cuando sea adecuado, verificar en casos particulares, resultados, propiedades y relaciones. Aunque los estudiantes deben ser competentes en variadas y diferentes habilidades matemáticas, el exceso de énfasis en las habilidades de procedimiento sin comprensión de los principios matemáticos subyacentes debe evitarse.

### **Uso del error**

Asociado a un ambiente de búsqueda y de creación, está el uso adecuado del error. En un clima de construcción, un error puede, en manos de un educador, ser una oportunidad para aprendizajes especialmente significativos. El error debe considerarse como un elemento concreto para trabajar en clases la diversidad, permitiendo que todos los alumnos alcancen los aprendizajes propuestos.

### **Aprendizaje matemático y desarrollo personal**

La clase de matemática ofrece abundantes oportunidades para el auto conocimiento y las interacciones sociales. Es una oportunidad para la meta cognición: ¿cómo lo hice?, ¿cómo lo hicieron?, ¿de qué otra manera es posible? Adicionalmente, el concepto que cada uno de nosotros tiene acerca de su capacidad para aprender y hacer matemática se ha construido a través de la retroalimentación que la experiencia nos ha brindado. En este aspecto, el reconocimiento, tanto de los esfuerzos como de los logros, es un instrumento poderoso en manos del docente. A su vez, la valoración de las diferencias, la aceptación de los logros o acciones de los pares, un clima de confianza y la forma que cada uno enfrenta las situaciones de éxito o fracaso, tanto propias como las de los demás, contribuyen a desarrollar en cada estudiante la confianza en sí mismo.

### **Tecnologías digitales y aprendizaje matemático**

El programa propone el uso de software y ambientes creados con tecnologías digitales para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. Estas tecnologías permiten representar nociones abstractas a través de modelos en los que es posible experimentar con ideas matemáticas, y crear situaciones en las que los estudiantes pueden explorar las características, límites y posibilidades de conceptos, relaciones o procedimientos matemáticos. Los procesadores geométricos, simbólicos y de estadística son laboratorios para explorar relaciones y ponerlas a prueba. Con un procesador simbólico, grandes números o números muy pequeños pueden ser analizados y dotados de sentido, y se puede estudiar el comportamiento de funciones, incluso de alta complejidad. Internet ofrece múltiples ambientes en los que se puede encontrar representaciones dinámicas de una gran cantidad de objetos matemáticos. Los procesadores geométricos, en tanto, permiten la experimentación con nociones y relaciones, sea de la geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Todo esto, en un espacio de alto interés para los estudiantes, y de alto impacto en cuanto a su formación para una vida cada vez más influida por las tecnologías digitales.

### **Clima y motivación**

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática se debe propiciar un ambiente creativo y crítico que favorezca la formulación verificación o refutación, de parte del que aprende, de conjeturas en los problemas que aborda. Un ambiente en que el error la duda o pregunta , son considerados parte integrante y valiosa del proceso de construcción del conocimiento, ambiente en el que los aportes de todos son valorados y puestos en el contexto de una búsqueda y construcción colectiva. Debe constituirse en un espacio en el que es natural el análisis de las acciones y procedimientos de modo de comparar caminos alternativos.

Documento borrador

## VISIÓN GLOBAL DEL AÑO

### Cuadro sinóptico de aprendizajes esperados

1° Semestre		2° semestre	
Unidad 1 Números y Álgebra	Unidad 2 Geometría	Unidad 3 Datos y Azar	Unidad 4 Álgebra
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Establecer estrategias para calcular multiplicaciones y divisiones de números enteros.</li> <li>2. Utilizar estrategias para determinar el valor de potencias de base entera y exponente natural.</li> <li>3. Determinar propiedades de multiplicación y división de potencias de base entera y exponente natural.</li> <li>4. Verificar que propiedades de potencias de base entera y exponente natural se cumplen en potencias de base fraccionaria positiva, decimal positiva y exponente natural.</li> <li>5. Resolver problemas que involucren las operaciones con números enteros y las potencias de base entera, fraccionaria o decimal positiva y exponente natural.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Caracterizar transformaciones isométricas de figuras planas y reconocerlas en diversas situaciones y contextos.</li> <li>2. Reconocer algunas propiedades de las transformaciones isométricas.</li> <li>3. Construir transformaciones isométricas de figuras geométricas planas utilizando regla y compás o procesadores geométricos.</li> <li>4. Teselar el plano con polígonos regulares utilizando regla y compás o procesadores geométricos.</li> <li>5. Utilizar las transformaciones isométricas como herramienta para realizar teselaciones regulares y teselaciones semirregulares.</li> <li>6. Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.</li> <li>7. Calcular el perímetro de circunferencias y de arcos de ellas.</li> <li>8. Calcular el área del círculo y de sectores de él.</li> <li>9. Calcular medidas de superficies de cilindros, conos y pirámides utilizando fórmulas.</li> <li>10. Calcular volúmenes de cilindros y conos utilizando fórmulas.</li> <li>11. Resolver problemas en contextos diversos relativos a cálculos de:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Perímetros de circunferencias y áreas de círculos.</li> <li>- Áreas de superficies de cilindros, conos y pirámides.</li> <li>- Volúmenes de cilindros y conos.</li> </ul> </li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.</li> <li>2. Representar datos, provenientes de diversas fuentes, en tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.</li> <li>3. Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.</li> <li>4. Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia en la realización de inferencias.</li> <li>5. Asignar probabilidades teóricamente a la ocurrencia de eventos, en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Plantear ecuaciones que representan la relación entre dos variables en diversos contextos.</li> <li>2. Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas.</li> <li>3. Identificar variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional.</li> <li>4. Analizar mediante el uso de software gráficos situaciones de proporcionalidad</li> <li>5. Resolver problemas en diversos contextos que implican proporcionalidad directa y problemas que implican proporcionalidad inversa.</li> </ol>
Tiempo estimado 55 horas	Tiempo estimado 75 horas	Tiempo estimado 65 horas	Tiempo estimado 45 horas

Documento Borrador

## **SEMESTRE 1**

## UNIDAD 1

### Números y Álgebra

#### Propósito de la unidad

Esta unidad brinda a los estudiantes la posibilidad de aplicar sus conocimientos sobre multiplicación y división de números naturales y sobre adiciones y sustracciones de números enteros, a la multiplicación y división de números enteros en casos particulares. Por una parte, tendrán la oportunidad de generar y aplicar las reglas de los signos y, por otra, aplicar las propiedades generadas en la resolución de problemas que involucran operaciones con enteros.

Además, en esta unidad se extiende el trabajo con potencias de bases naturales, fraccionarias y decimales positivas, a bases enteras con exponentes naturales. Para lograr este propósito se realizan actividades orientadas a la verificación de las propiedades de estas potencias -en casos particulares-, a estimaciones de ellas, y a la resolución de problemas en contextos numéricos donde ellas intervienen.

#### Conceptos claves

Potencias de base entera y exponente natural – propiedades de las potencias

#### Prerrequisitos

- Adición y sustracción de números enteros.
- Potencias de base natural, fraccionaria y decimal positiva con exponente natural.

#### Contenidos disciplinares

- Multiplicación y división de números enteros.
- Propiedades de la multiplicación y división de números enteros.
- Potencias de base entera, fraccionaria y decimal positiva con exponente natural.
- Propiedades de las potencias de base entera, fraccionaria y decimal positiva con exponente natural.

#### Habilidades

- Argumentar acerca de la validez de las propiedades de la multiplicación y división de números enteros.
- Establecer estrategias para resolver divisiones de números enteros.
- Estimar mentalmente el valor de algunas potencias.
- Interpretar información expresada en potencias.
- Conjeturar, argumentar, verificar y aplicar propiedades de las potencias.

#### Actitudes

- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.



Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1. Establecer estrategias para calcular multiplicaciones y divisiones de números enteros.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan multiplicaciones de enteros utilizando la estrategia establecida.</li> <li>• Calculan divisiones de enteros utilizando la estrategia establecida.</li> </ul>
<b>2. Utilizar estrategias para determinar el valor de potencias de base entera y exponente natural.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizan estrategias para determinar el signo de expresiones del tipo <math>(-1)^n</math> cuando <math>n</math> es un número natural.</li> <li>• Utilizan estrategias para determinar el valor de expresiones del tipo <math>(-a)^n</math> cuando <math>a, n</math> son números naturales.</li> <li>• Estiman mentalmente potencias de base entera de un dígito y exponente natural menor de 5. Por ejemplo, estima <math>(-7)^4</math> como <math>49 \cdot 49</math> obteniendo un número menor a 2.500.</li> </ul>
<b>3. Determinar propiedades de multiplicación y división de potencias de base entera y exponente natural.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican los pasos realizados para determinar las propiedades de potencias de base entera y exponente natural.</li> <li>• Calculan potencias de base entera y exponente natural utilizando las propiedades determinadas.</li> </ul>
<b>4. Verificar que propiedades de potencias de base entera y exponente natural se cumplen en potencias de base fraccionaria positiva, decimal positiva y exponente natural.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan multiplicaciones de potencias de base fraccionaria positiva y exponente natural utilizando la propiedad relativa a multiplicación de potencias de igual base entera y exponente natural.</li> <li>• Verifican que propiedades relativas a la división de potencias de base entera y exponente natural se cumplen en potencias de base fraccionaria positiva.</li> <li>• Explican de manera escrita los pasos realizados en la verificación de potencias de potencias de base decimal positiva y exponentes naturales.</li> </ul>
<b>5. Resolver problemas que involucren las operaciones con números enteros y las potencias de base entera, fraccionaria o decimal positiva y exponente natural.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelven problemas relativos a multiplicaciones de enteros.</li> <li>• Aplican correctamente la regla de los signos y la prioridad de las operaciones en la resolución de problemas de operatoria combinada con números enteros.</li> <li>• Resuelven problemas en contextos cotidianos que involucren potencias de base entera y exponente natural.</li> <li>• Verifican los resultados obtenidos en función del contexto del problema.</li> <li>• Analizan los procedimientos utilizados en términos de los resultados obtenidos.</li> </ul>

### Aprendizaje esperados en relación a los OFT

#### Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

- Participa de manera propositiva en actividades grupales.
- Es responsable en la tarea asignada.
- Toma iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

### Observaciones al docente

Esta unidad amplía las operaciones con números enteros incorporando la multiplicación y división, al respecto se recomienda al docente tener una consideración similar al tratamiento de las operaciones de adición y sustracción. Las reglas para operar con números enteros no suelen ser tan fáciles de comprender, pero si de memorizar, lo cual hace necesario incentivar la búsqueda de la comprensión y evitar que sólo se produzca la internalización memorística de los procedimientos. Se recomienda al docente la utilización de metáforas o analogías para apoyar la comprensión de los procedimientos involucrados, por sobre la ejercitación rutinaria.

Respecto a las potencias, es la oportunidad de realizar actividades que contemplen un trabajo integrado entre números y álgebra, por ejemplo en la determinación del valor en general de expresiones del tipo  $(-1)^n$ , la aplicación de este conocimiento para trabajar con potencias del tipo  $(-a)^n$ ,  $a$  perteneciente a los naturales.

Como estrategia, en la operatoria con potencias es recomendable no solo partir de lo particular y llegar a lo general, es decir, ejemplificar y trabajar con números para luego generalizar; sino también, realizar el proceso inverso, por ejemplo, una recomendación para los estudiantes que suele de gran utilidad se refiere a que cada vez que la expresión algebraica carezca de sentido y por lo tanto dificulte su comprensión, "lleven" dichas expresiones al terreno que les es familiar, es decir, estudien su comportamiento para distintos valores numéricos. Las actividades debieran posibilitar que los estudiantes comprendan expresiones del tipo:  $(-a)^n \cdot (-b)^n$ , con  $a, b, n$  en los naturales; multiplicaciones de potencias expresadas como  $(-a)^n \cdot (-b)^m$  o  $(-a)^n \cdot (-a)^m$ ; potencias de base fraccionaria de la forma  $(-\frac{a}{b})^n$  con  $a, b$  en los naturales; multiplicaciones de potencias con base fraccionaria de la forma  $(-\frac{a}{b})^n \cdot (-\frac{c}{d})^n$  o  $(-\frac{a}{b})^n \cdot (-\frac{a}{b})^m$  con  $a, b, n$  en los naturales y por último con potencias elevadas a otra potencias  $((-a)^n)^m$ , con  $a, n$  en los naturales.

En el proceso de establecer generalizaciones es normal y esperado que los estudiantes presenten ritmos de comprensión muy variados, por lo que se recomienda diseñar actividades que contemplen el trabajo en equipo en el que puedan aflorar naturalmente líderes intelectuales que apoyen la labor docente al interior de cada grupo, permitiendo de esta forma diversificar los ritmos de producción, otorgando tiempos diferenciados a cada estudiante además de posibilitar el diálogo y la discusión.

## Ejemplos de actividades

### AE 1: Establecer estrategias para calcular multiplicaciones y divisiones de números enteros.

#### Actividades

**1.-** Formulan estrategias para multiplicar números enteros y las aplican para calcular multiplicaciones donde intervienen estos números. Al respecto, formulan estrategias para:

- a) Multiplicar números de la forma  $a \cdot (-b)$
- b) Multiplicar números de la forma  $(-a) \cdot (-b)$

#### Observaciones al docente

El docente puede sugerir a sus estudiantes que utilicen la representación de los números enteros en la recta numérica.

Es importante que el docente no enseñe las reglas de los signos a sus estudiantes antes que elaboren estas estrategias, sino que a través de estas actividades y en conjunto con ellos establezcan estas reglas.

Aplican estas estrategias para realizar cálculos del tipo:

- c)  $-(-(-a))$
- d)  $[(-a) \cdot (-b) + c \cdot (-d)][a + (-b)]$

**2.-** Formulan estrategias para dividir números enteros y las aplican para calcular divisiones en este contexto numérico. Por ejemplo, formulan estrategias para:

- a) Realizar divisiones de la forma  $a : (-b)$

#### Observaciones al docente

El docente puede sugerir a sus estudiantes que la división anterior la expresen en la forma  $-a : b$ .

- b) Divisiones de la forma  $(-a) : (-b)$

A continuación la utilizan para realizar cálculos del tipo:

- c)  $-(-(-a)) : (-b)$
- d)  $[(-a) \cdot (-b) + c \cdot (-d)] : [a \cdot (-b)]$

**3.-** Resuelven divisiones de números enteros utilizando las propiedades de la multiplicación. Por ejemplo, para calcular  $a : (-b)$ , expresan este cociente en la forma  $a \cdot (-\frac{1}{b})$

**AE 2: Utilizar estrategias para determinar el valor de potencias de base entera y exponente natural.**

1.- Utilizan estrategias para calcular expresiones del tipo  $(-a) + (-a) + (-a) + \dots + (-a)$ , donde se ha sumado  $a$  veces  $-a$ , convirtiendo esta suma en forma de potencias.

2.- Utilizan estrategias para estimar potencias de base entera de un dígito y exponente natural. Por ejemplo, estiman  $(-3)^2 \cdot (-7)^2$ .

3.- Verifican en casos particulares que  $(-1)^{2n} = 1$  y  $(-1)^{2n+1} = -1$  cuando  $n \in \mathbb{N}$ , y lo utilizan para realizar cálculos del tipo  $(-a)^n$  y cálculos del tipo  $b(-a)^n$ , cuando  $n \in \mathbb{N}$ . Por ejemplo,  $2 \cdot (-3)^5$

4.- Utilizan estos resultados para resolver cálculos asociados a expresiones donde intervienen potencias del tipo  $b(-a)^n$ .

Por ejemplo,  $2 \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) + 3 \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

**AE 3: Determinar propiedades de multiplicación y división de potencias de base entera y exponente natural.**

**Actividades**

Los estudiantes utilizan resultados acerca de potencias del tipo  $(-a)^n$  y:

1.- Resultados obtenidos en 7º año respecto a multiplicaciones de potencias de igual base natural y exponentes naturales para determinar propiedades respecto a multiplicaciones del tipo  $a^n \cdot a^m$ , donde la base es entera y los exponentes son números naturales.

2.- Resultados obtenidos en 7º año respecto a potencias de potencias, es decir acerca de expresiones del tipo  $(a^n)^m$  donde la base y los exponentes son números naturales, para determinar propiedades respecto a multiplicaciones del tipo  $(a^n)^m$ , donde la base es entera y los exponentes son números naturales.

**AE 4: Verificar que propiedades de potencias de base entera y exponente natural se cumplen en potencias de base fraccionaria positiva, decimal positiva y exponente natural.**

1.- Verifican que las propiedades de multiplicaciones de potencias de base entera y exponente natural se verifican en multiplicaciones de potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural, es decir que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Que las propiedades de potencias de potencias de enteros de base entera y exponentes naturales se verifican en potencias de potencias de números de base fraccionaria o decimal positiva y exponentes naturales, es decir que:

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \frac{a^{nm}}{b^{nm}}$$

**2.-** Verifican que las propiedades de divisiones de potencias de base entera y exponente natural se verifican en divisiones de potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural, es decir que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

Que las propiedades de divisiones de potencias de bases enteras y exponente natural se verifican en divisiones de potencias de números de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural, es decir que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n$$

**AE 5: Resolver problemas que involucren las operaciones con números enteros y las potencias de base entera, fraccionaria o decimal positiva y exponente natural.**

#### Actividades

**1.-** Resuelven problemas en contextos geométricos que involucren potencias de base fraccionaria positiva y exponente natural. Por ejemplo, en un cuadrado de lado 10cm se unen los puntos medios de sus lados, y en este nuevo cuadrilátero se vuelve a unir los puntos medios de sus lados, y así sucesivamente. Se pide:

- Determinar el tipo de cuadriláteros que se forman.

- Calcular el área de cualquiera de esos cuadriláteros, por ejemplo, del quinto cuadrilátero formado.

**2.-** Analizan los procedimientos utilizados y verifican, usando un software geométrico, los resultados obtenidos. En el caso de la actividad anterior analizan los procedimientos utilizados para determinar el tipo de cuadriláteros que se forman, y verifican los resultados obtenidos utilizando un software geométrico.

**3.-** Usan las operaciones básicas de los números enteros para responder preguntas del tipo:

a) La temperatura ha aumentado 2° Celsius cada hora durante 4 horas. ¿Cuánto ha aumentado la temperatura en ese tiempo?

b) La temperatura ha disminuido 4° Celsius cada hora durante 5 horas. ¿Cuántos grados ha disminuido la temperatura en ese tiempo?

**4.-** Resuelven problemas sencillos que requieren operatoria con números enteros del tipo:

Para realizar un experimento, un buzo profesional desciende a 10 metros de profundidad, luego sube 27 metros, para posteriormente descender 4 veces el descenso inicial. ¿A qué profundidad quedó?

**5.-** Inventan problemas que se resuelven con las operaciones:

a)  $(-5) \cdot (-4)$

b)  $(-10) : 2 + 5 \cdot (-6)$

® **6.-** Aplican las propiedades de las potencias de base fraccionaria y decimal positiva con exponente natural en situaciones reales:

*En la fisión binaria hay una duplicación idéntica del material genético así como también de las mutaciones de éstas. Para esta reproducción necesita sólo de un progenitor, que dará lugar a dos células hijas idénticas, lo cual sucede cuando la célula esta lista para reproducirse, aumentando su contenido celular y aumentando su tamaño en forma alargada luego comienza la bipartición con la formación de un tabique que será el encargado de producir un estrangulamiento en la célula. Este proceso en las bacterias se puede dar cada 20 minutos. (fuente: <http://infobiol.com/fision-binaria>)*

*Si se tiene inicialmente una célula, ¿cuántas habrá después de 6 divisiones?*

## Actividad de Evaluación

### Aprendizaje Esperado:

**Utilizar estrategias para determinar el valor de potencias de base entera y exponente natural.**

### Indicadores de Evaluación:

- Utilizan estrategias para determinar el signo de expresiones del tipo  $(-1)^n$  cuando  $n$  es un número natural.
- Utilizan estrategias para determinar el valor de expresiones del tipo  $(-a)^n$  cuando  $a, n$  son números naturales.
- Estiman mentalmente potencias de base entera de un dígito y exponente natural menor de 5. Por ejemplo, estima  $(-7)^4$  como  $49 \cdot 49$  obteniendo un número menor a 2.500.

### Instrucciones.

**Lee cuidadosamente la situación dada. Responde las preguntas propuestas.**

<p>1. Estima, mentalmente, el valor de la expresión <math>(-2)^{2n+1} + 2^{2n+1}</math>, para distintos valores de <math>n</math>, sabiendo que <math>n</math> puede tomar sólo valores naturales. Escribe tu estimación en el recuadro:</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 5px auto;"></div> <p>2. Da un argumento que apoye la validez de la siguiente propiedad de las potencias aplicada en el ejercicio <math>\frac{(-3)^5}{(-3)^3} = (-3)^2</math></p> <p>3. Escribe en términos de potencias: la diferencia entre la octava parte de <math>2^{n+3}</math> y la mitad de <math>2^{n+1}</math>. Si la expresión anterior se representa por <math>A</math>, calcula el valor numérico de <math>(A-1)^n</math> para distintos valores numéricos de <math>n</math>, considerando que <math>n</math> puede tomar sólo valores naturales.</p>	<p><b>Criterios de evaluación:</b></p> <p>1. Estiman el valor de potencias de base un dígito entero.</p> <p>2. Expresan como potencias productos en que los factores son potencias de base entera.</p> <p>3. Argumentan acerca de la validez de la propiedad del cociente de potencias de igual exponente.</p> <p>4. Aplican las propiedades de las operaciones de las potencias para resolver problemas matemáticos</p>
---	--

## UNIDAD 2 Geometría

### Propósito de la unidad

En esta unidad los estudiantes estudiarán las transformaciones isométricas, conocerán el concepto de lugar geométrico, calcularán áreas en el círculo, perímetros en la circunferencia y áreas y volúmenes en figuras tridimensionales. Esta unidad ofrece a los estudiantes la posibilidad de aplicar los conocimientos trabajados acerca de áreas en quinto, ángulos en sexto y construcciones geométricas en séptimo. Es la oportunidad que tienen de integrar la geometría con otras disciplinas, específicamente con el arte plástico, a través de la construcción de teselaciones, de conocer el número pi, profundizar sus conocimientos acerca de figuras tridimensionales como el cono, cilindro y pirámide, y ampliar su lenguaje geométrico mediante el trabajo con lugares geométricos.

### Conceptos claves

Traslaciones – rotaciones – reflexiones – lugares geométricos – teselaciones – áreas de superficies y volúmenes.

### Prerrequisitos

- Ángulos en polígonos.
- Construcciones de polígonos.
- Áreas en triángulos y cuadriláteros.
- Características de conos, cilindros y pirámides.

### Contenidos disciplinares

- Vectores en el plano.
- Ejes de simetría.
- Traslaciones, rotaciones y reflexiones.
- Teselaciones.
- Circunferencia y círculo como lugares geométricos.
- Perímetro de la circunferencia.
- Área del círculo.
- Áreas de la superficie de conos, cilindros y pirámides.
- Volúmenes de conos, cilindros y pirámides.

### Habilidades

- Construir transformaciones isométricas.
- Realizar teselaciones.
- Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.
- Comprender el número pi.
- Calcular el perímetro de la circunferencia.
- Calcular áreas del círculo y de la superficie de conos, cilindros y pirámides.
- Calcular el volumen de conos, cilindros y pirámides.

### Actitudes

- Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.
- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de Indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1. Caracterizar transformaciones isométricas de figuras planas y reconocerlas en diversas situaciones y contextos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caracterizan vectores en el plano y los reconocen en contextos diversos.</li> <li>• Caracterizan la traslación de figuras en el plano.</li> <li>• Identifican ángulos y puntos respecto a los que se han efectuado rotaciones.</li> <li>• Caracterizan los ejes de simetría de una reflexión de figuras en el plano.</li> </ul>
<b>2. Reconocer algunas propiedades de las transformaciones isométricas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen propiedades de la traslación en traslaciones de figuras del plano.</li> <li>• Explican propiedades reconocidas de la rotación en figuras que han sido rotadas en el plano.</li> </ul>
<b>3. Construir transformaciones isométricas de figuras geométricas planas utilizando regla y compás o procesadores geométricos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rotan figuras en el plano utilizando regla y compás o un procesador geométrico.</li> <li>• Trasladan polígonos y luego los reflejan utilizando regla y compás o un procesador geométrico.</li> <li>• Describen patrones que se observan al aplicar reflexiones a figuras del plano.</li> </ul>
<b>4. Teselar el plano con polígonos regulares utilizando regla y compás o procesadores geométricos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinan las condiciones que deben satisfacer los elementos de los polígonos que participan de una teselación en el plano.</li> <li>• Determinan las posibles combinaciones de polígonos regulares con las que se puede realizar una teselación.</li> <li>• Teselan el plano solamente con polígonos regulares de un tipo utilizando regla y compás o procesadores geométricos. Por ejemplo, teselan el plano con hexágonos regulares utilizando regla y compás.</li> </ul>
<b>5. Utilizar las transformaciones isométricas como herramienta para realizar teselaciones regulares y teselaciones semirregulares.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teselan el plano con un sólo polígono regular utilizando traslaciones y reflexiones.</li> <li>• Construyen la configuración base de una teselación con más de un polígono regular utilizando transformaciones isométricas.</li> </ul>
<b>6. Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican el concepto de lugar geométrico.</li> <li>• Explican las diferencias entre círculo y circunferencia utilizando el concepto de lugar geométrico.</li> </ul>
<b>7. Calcular el perímetro de circunferencias y de arcos de ellas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aproximan valores del número <math>\pi</math> utilizando longitudes y diámetros de circunferencias.</li> <li>• Calculan perímetros aproximados con valores aproximados del número <math>\pi</math>. Por ejemplo, calculan el perímetro de una circunferencia de radio <math>3\text{cm}</math> con</li> </ul>



	$\pi = 3,14$ . <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan perímetros de arcos de circunferencias.</li> </ul>
<b>8. Calcular el área del círculo y de sectores de él.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan valores aproximados del área de círculos con valores aproximados de <math>\pi</math> .</li> <li>• Calculan áreas de sectores de círculos.</li> <li>• Calculan la suma de áreas de círculos y la expresan en un solo término.</li> </ul>
<b>9. Calcular medidas de superficies de cilindros, conos y pirámides utilizando fórmulas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparan áreas de superficies de conos y pirámides.</li> <li>• Aproximan áreas de cilindros, conos y pirámides de acuerdo a valores distintos de <math>\pi</math> .</li> <li>• Calculan radios y alturas de conos en términos del área de su superficie.</li> </ul>
<b>10. Calcular volúmenes de cilindros y conos utilizando fórmulas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparan volúmenes de superficies de conos y cilindros.</li> <li>• Aproximan volúmenes de cilindros y conos empleando distintos valores de <math>\pi</math> .</li> <li>• Calculan radios y alturas de conos y cilindros en función de sus volúmenes.</li> </ul>
<b>11. Resolver problemas en contextos diversos relativos a cálculos de:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Perímetros de circunferencias y áreas de círculos.</li> <li>- Áreas de superficies de cilindros, conos y pirámides.</li> <li>- Volúmenes de cilindros y conos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelven problemas en contextos geométricos relativos a la determinación de áreas de figuras en que intervienen círculos. Por ejemplo, calculan el área de la superficie comprendida entre un cuadrado y un círculo inscrito en él.</li> <li>• Resuelven problemas acerca de cálculos de volúmenes de cilindros en contextos geométricos. Por ejemplo, calculan el volumen del espacio que existe entre dos cilindros de bases distintas de igual altura.</li> <li>• Resuelven problemas relativos a cálculos de áreas de superficies de pirámides en contextos del mundo real. Por ejemplo, verifican áreas de la superficie de las pirámides de Egipto.</li> </ul>

#### Aprendizajes esperados en relación a los OFT

##### Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.

- Muestra un método para realizar las transformaciones isométricas.
- Persevera en la realización de teselaciones.
- Termina las tareas iniciadas relativas a los temas tratados.
- Desarrolla tenacidad frente a obstáculos o dudas que se les presenten en problemas propuestos.

##### Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- Participa de manera propositiva en actividades grupales.
- Es responsable en la tarea asignada.
- Toma iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

### Observaciones al docente. 8° básico

La introducción de transformaciones isométricas en 8° básico posibilita a los estudiantes la oportunidad de estudiar la geometría Euclidiana “en movimiento”, de hecho, es recomendable estimular en los estudiantes la comprensión que ser estas transformaciones, isométricas, es decir, de igual medida, lo único que se les puede hacer a las figuras geométricas manteniendo la congruencia, es moverlas; de ahí que sólo se puedan trasladar, rotar y reflejar.

En este nivel, las transformaciones son propuestas sólo en el plano Euclidiano, ya que las transformaciones en el plano cartesiano están propuestas para primero medio. Lo que significa que el énfasis del nivel está puesto en las construcciones con regla y compás (o mediante el uso de un procesador geométrico). Traslaciones como movimientos paralelos a un vector y respetando la magnitud de éste. Las rotaciones generadas a partir de un punto de rotación y un ángulo dado, son creadas usando transportador y compás. Las reflexiones, simetrías central y puntual son producidas mediante regla. Dado que el objetivo es introducir a los estudiantes en el estudio de transformaciones geométricas, se recomienda a los docentes trabajar con regla y compás esencialmente figuras poligonales, los cuales permiten realizar transformaciones isométricas sólo aplicándolas a sus vértices, para figuras curvas o compuestas es recomendable el uso de algún programa computacional que facilite la construcción.

Otro ejercicio que resulta desafiante para los estudiantes es el trabajo con los procesos inversos de las transformaciones isométricas, es decir, dadas figuras trasladadas, rotadas y reflejadas, solicitarle que deduzca los vectores, puntos, ángulos y ejes de simetría respecto a los que se realizó la transformación en cuestión. Este será un buen momento para diseñar actividades que posibiliten el trabajo en equipo o en parejas.

Las teselaciones se proponen una de las aplicaciones de las transformaciones isométricas y resulta interesante establecer estas conexiones, por ejemplo construida una matriz o figura elemental, aplicar una o varias transformaciones que permitan teselar el plano. En este contexto, surge de manera natural la necesidad de establecer cuáles polígonos permiten teselar el plano, identificando aquellos cuyos ángulos interiores que concurren en un vértice suman  $360^\circ$ .

Cuando los estudiantes construyen teselados, la matemática se torna artística y es un buen momento para observar y fomentar la originalidad en las producciones así como también el rigor y perseverancia en el trabajo.

En cuanto al cálculo de áreas de las superficies de las caras de de figuras 3D, es importante que el docente diseñe actividades que estimulen a sus estudiantes en la deducción de las fórmulas para determinar dichas áreas, para esto la utilización de algún software que permita manipular y estudiar las distintas figuras generadas, resulta de gran ayuda. En el trabajo con software existen dos posibilidades; la primera es que el profesor manipule el software y lo presente mediante un proyector solicitando una participación activa de parte de los estudiantes y la segunda opción que los estudiantes trabajen solos, en parejas o pequeños grupos frente a un computador. Para esta segunda opción se recomienda construir material de trabajo que sirva tanto para orientar como para monitorear el trabajo de los estudiantes, ya que los estudiantes de este nivel, en general, son dispersos, les cuesta la concentración por períodos prolongados de tiempo y asocian la utilización del computador al ocio y las comunicaciones más que al trabajo guiado.

### Ejemplos de actividades

**AE 1: Caracterizar transformaciones isométricas de figuras planas y reconocerlas en diversas situaciones y contextos.**

#### Actividades

**1.-** Caracterizan traslaciones de figuras en el plano y las reconocen en diversas situaciones. Al respecto:

- Caracterizan vectores en el plano.

- Caracterizan traslaciones en el plano en términos de los vectores respecto de los cuales se realizan.
- Reconocen traslaciones de figuras en contextos diversos, por ejemplo, en contextos del arte.

**2.-** Caracterizan reflexiones de figuras en el plano y las reconocen en contextos diversos. Al respecto:

- Caracterizan los ejes de simetría.
- Comprenden que las reflexiones de figuras del plano se realizan respecto a ejes de simetría.
- Reconocen reflexiones de figuras del plano en contextos diversos, por ejemplo, en contextos del mundo de los insectos.

**3.-** Caracterizan rotaciones de figuras en el plano y las reconocen en diversos contextos. Al respecto:

- Comprenden que ellas se realizan respecto a un punto y en un ángulo dado.
- Reconocen rotaciones de figuras en contextos diversos, por ejemplo, en contextos de la física.

**®4.-** Reconocen transformaciones isométricas en contextos diversos, por ejemplo, reconocen transformaciones isométricas en diferentes teselaciones de M. C. Escher ([www.mcescher.com](http://www.mcescher.com)).

## **AE 2: Reconocer algunas propiedades de las transformaciones isométricas.**

### **Actividades**

**1.-** Reconocen propiedades de la traslación.

#### **Observaciones al docente**

El docente puede guiar a sus estudiantes diciéndoles que observen lo que sucede cuando dos puntos A y B se trasladan a puntos A' y B' respectivamente.

Se aconseja al docente que revise las observaciones de sus estudiantes y que en conjunto concluyan que

- $AB=A'B'$  y  $AA'=BB'$
- $AA'BB'$  es un paralelogramo

**2.-** Los estudiantes giran respecto a un mismo punto y en un mismo ángulo dos puntos A y B, y reconocen propiedades de la rotación.

## **AE 3: Construir transformaciones isométricas de figuras geométricas planas utilizando regla y compás o procesadores geométricos.**

### **Actividades**

**1.-** Trasladar figuras triángulos, cuadriláteros y pentágonos con respecto a vectores dados, utilizando regla y compás.

**2.-** Rotar figuras triángulos respecto a puntos y ángulos dados utilizando regla y compás.

**3.-** Reflejar figuras en el plano: triángulos, cuadriláteros, pentágonos y hexágonos respecto a rectas dadas.

#### **Observaciones al docente:**

Se sugiere al docente que muestre a sus estudiantes que basta con trasladar los vértices de las figuras en cuestión para trasladar la figura completa.

Además se aconseja al docente trabajar con sus estudiantes la determinación del vector de traslación cuando se tienen figuras que han sido trasladadas.

Se sugiere al docente que construya con sus estudiantes circunferencias concéntricas y que les muestre que basta con rotar los vértices de los triángulos en cuestión para que esta figura quede rotada.

Dado un triángulo al que se aplicó una rotación, se sugiere reconocer el punto y ángulo de rotación.

Se sugiere al docente que repase la construcción de rectas perpendiculares. Se sugiere además que muestre a sus estudiantes que basta con reflejar los vértices de los polígonos en cuestión para que esta figura quede reflejada.

Esta es la ocasión que tienen los estudiantes de determinar el eje de simetría de una reflexión cuando están en presencia de figuras reflejadas.

Documento borrador

**AE 4: Teselar el plano con polígonos regulares utilizando regla y compás o procesadores geométricos.**

**AE 5: Utilizar las transformaciones isométricas como herramienta para realizar teselaciones regulares y teselaciones semirregulares.**

#### **Actividades**

**1.-** Determinan las posibles combinaciones de polígonos regulares con las que se puede teselar el plano. Para este propósito se pide a los estudiantes que encuentren los polígonos regulares de ángulos interiores  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  cuya suma  $\alpha + \beta + \gamma + \dots = 360^\circ$ .

#### **Observaciones al docente:**

Se sugiere al docente que presente a sus estudiantes una combinación de polígonos regulares que satisfacen la condición de teselación y que explice la estrategia que utilizó.

El docente puede sugerir a sus estudiantes que mediante ensayo y error encuentren las combinaciones de polígonos regulares donde la suma de los ángulos interiores representantes de cada uno de ellos sea  $360^\circ$ .

**2.-** Teselan el plano solamente con polígonos regulares de un tipo utilizando regla y compás o procesadores geométricos. Por ejemplo, teselan el plano con hexágonos regulares utilizando regla y compás.

**3.-** Construyen la configuración base de una teselación semirregular utilizando regla y compás. Por ejemplo, construyen la configuración formada por un dodecágono regular, un hexágono regular y un cuadrado de todos de igual medida, utilizando regla y compás.

**4.-** Aplican transformaciones isométricas a la configuración base para teselar una región determinada del plano. Por ejemplo, que apliquen transformaciones isométricas a la configuración formada por dos octógonos y un cuadrado.

**AE 6: Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.**

#### **Actividades**

**1.-** A partir de la definición de lugar geométrico, construir los conceptos de circunferencia y círculo.

**2.-** Utilizando diversa bibliografía, indagar en grupos acerca de las formas de cálculo del número  $\pi$ , por ejemplo, como la razón entre el perímetro de la circunferencia y la longitud de su diámetro.

#### **Observaciones al docente:**

En la actividad de indagación, se sugiere que el docente guíe los avances de cada grupo, sin embargo, cada estudiante se compromete responsablemente con su rol en el equipo de trabajo indagando seriamente en las fuentes y participando propositivamente en las conclusiones que obtienen.

### AE 7: Calcular el perímetro de circunferencias y de arcos de ellas.

#### Actividades

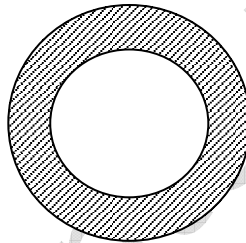
- 1.- Calcular perímetros de circunferencias de diámetro conocido.
- 2.- Calcular el radio de una circunferencia conocido su perímetro.
- 3.- Conocida la medida de un arco de circunferencia calculan el ángulo asociado a él.

### AE 8: Calcular el área del círculo y de sectores de él.

#### Actividades

- 1.- Calcular áreas de superficies donde intervienen círculos, por ejemplo:

*Calcular el área achurada sabiendo que las circunferencias son concéntricas y los radios de la mayor y la menor son, respectivamente, 10 cm. y 8cm.*



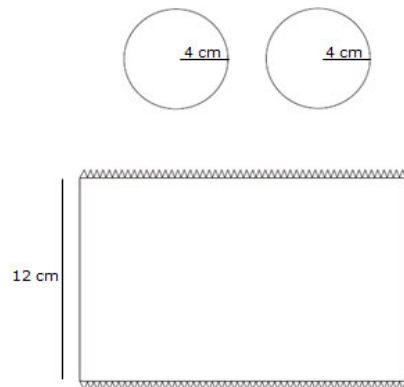
- 2.- Deducen que la expresión  $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha^\circ}{360^\circ}$  es el área de un sector circular de ángulo  $\alpha$ , y elaboran estrategias para calcular áreas relativas a sectores circulares aplicando la expresión generada en contextos diversos. Por ejemplo, elaboran una estrategia para determinar el área de la superficie comprendida entre dos círculos equivalentes de radio 3cm que pasan, cada uno, por el centro del otro círculo.

### AE 9: Calcular medidas de superficies de cilindros, conos y pirámides utilizando fórmulas.

#### Actividades

- 1.- Utilizando las redes del cilindro, el cono y diferentes pirámides, conjeturan en grupos acerca de las estrategias de cálculo de las superficies de estos cuerpos geométricos. Por ejemplo:

Calculan el área total de un cilindro con los datos de la figura: base de radio 4cm y altura 12cm.



Generalizar el resultado para obtener una expresión que represente al área total de un cilindro.

**2.-** Calcular volúmenes de figuras donde intervienen conos y cilindros, del tipo:

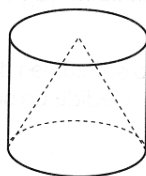
Un octavo básico, con el afán de reunir dinero, realiza una venta de jugos de piña. Para esto, Francisco diseña 2 envases: un envase con forma de cono de altura 12cm y radio 9cm y una pirámide de base cuadrada cuyas medidas son: lado del cuadrado 12cm y altura de la pirámide 9 cm. Si prepararon 500.000 cc de jugo:

- a) ¿De qué envase se necesita menos cantidad para envasar todo el jugo?
- b) ¿Cuántos envases de cada tipo se necesitan para envasar el jugo?

#### **AE 10: Calcular volúmenes de cilindros y conos utilizando fórmulas.**

##### **Actividades**

**1.-** Verifican usando diversas estrategias que el volumen del cono es un tercio del volumen del cilindro de la misma altura y radio:



**2.-** Determinan las dimensiones de tres cilindros expresándolas en cm con los que se puede envasar 1 metro cúbico de líquido.

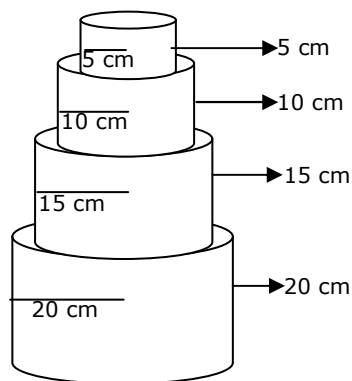
**AE 11: Resolver problemas en contextos diversos relativos a cálculos de:**

- **Perímetros de circunferencias y áreas de círculos.**
- **Áreas de superficies de cilindros, conos y pirámides.**
- **Volúmenes de cilindros y conos.**

**Actividades**

**1.-** Resolver problemas que involucran cálculo de volúmenes de cilindros y conos del tipo:

*Calcular el volumen total que ocupan las cuatro cajas cilíndricas para guardar sombreros.*



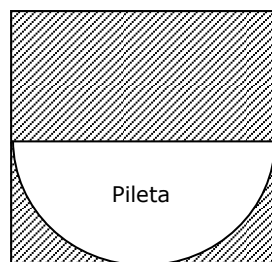
**2.-** Resuelven problemas relativos a cálculos de longitudes de circunferencia en contextos geométricos. Por ejemplo:

- Calculan el perímetro de una circunferencia inscrita en un cuadrado de área conocida.
- Determinan la cantidad de alambre necesaria para cercar una superficie de forma circular.

**3.-** Elaboran estrategias para determinar longitudes de arcos de circunferencia y los aplican en contextos diversos. Por ejemplo, aplican las estrategias elaboradas para determinar la longitud del arco de circunferencia que describe un faro al girar  $120^\circ$  a dos millas marinas del faro, dado que una milla marina equivale a 1.852 metros.

**4.-** Resuelven problemas que involucran cálculo de áreas de circunferencias del tipo:

*En un jardín cuadrado se quiere sembrar pasto y dejar espacio para instalar una pileta con forma de semicircunferencia, como indica la figura. Calcular el área en que se sembrará pasto sabiendo que el lado del jardín mide 8 m.*





® 5.- Aplican los conocimientos referidos áreas de superficies para resolver problemas del tipo:

Para restaurar una pirámide, un grupo de expertos decidió pintarla con un compuesto especial. La pirámide tiene base cuadrada de lado 10 metros y su altura es de 12 metros. Si un tarro del compuesto especial tiene la capacidad de pintar  $1 \text{ m}^2$ , ¿cuántos tarros se necesitan?

**Observaciones al docente:**

Se sugiere al docente que establezca la relación que existe entre el lado de un cuadrado y su diagonal. Es importante que los estudiantes verifiquen esta relación en casos particulares.

Documento borrador

## Actividad de Evaluación

### Aprendizaje Esperado:

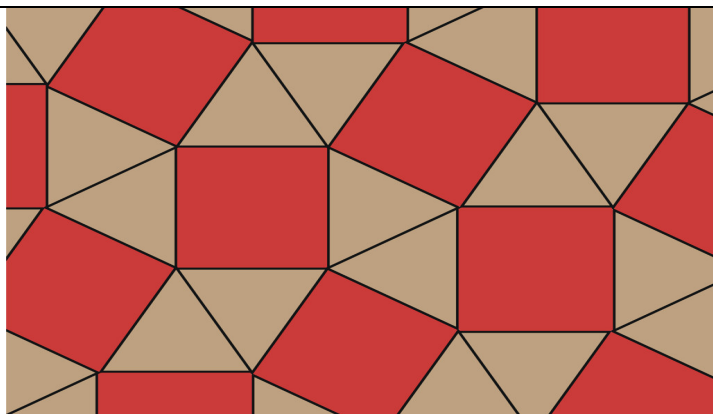
**Utilizar las transformaciones isométricas como herramienta para realizar teselaciones regulares y teselaciones semirregulares.**

### Indicadores de Evaluación:

- Teselan el plano con un sólo polígono regular utilizando traslaciones y reflexiones.
- Construyen la configuración base de una teselación con más de un polígono regular utilizando transformaciones isométricas.

### Instrucciones.

**A continuación se presenta una teselado. Responda a las preguntas propuestas:**



### Criterios de Evaluación

1. Identifican patrones en el Teselado.
2. Explican las condiciones que deben cumplir los polígonos en un teselado.
3. Indican las combinaciones posibles de polígonos en un teselado.
4. Identifican las transformaciones isométricas aplicables para construir el teselado.

1. ¿Qué tipo de teselado es el de la figura?
2. ¿Cuál es el patrón seguido en el teselado de la figura?
3. ¿Qué tipo de triángulo se utilizó para construir el teselado de la figura? Justifica
4. ¿Es posible construir un teselado con un cuadrado y un triángulo isósceles? ¿Por qué?
3. ¿Con qué transformaciones isométricas se puede construir este teselado? ¿Aplicadas sobre qué figura? Justifica

Documento borrador

## **SEMESTRE 2**

### UNIDAD 3

#### Datos y Azar

##### Propósito de la unidad

En esta unidad, los estudiantes profundizan en lo que ya han aprendido sobre datos y azar en cursos anteriores.

En datos (estadística) los estudiantes aprenderán a construir e interpretar tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos. El énfasis está en el análisis de diferentes situaciones que impliquen tomar decisiones respecto a la pertinencia o no de agrupar datos en intervalos y cuál es un número "razonable" de ellos. Se espera que los estudiantes comprendan las ventajas y desventajas de agrupar datos, en función de la información que se gana o pierde. A su vez, se espera que sean capaces de interpretar y producir información, en diversos contextos, utilizando medidas de tendencia central para datos agrupados. Por último, se profundiza en los conceptos de población y muestra introducidos en 6° básico, avanzando en la comprensión del concepto de aleatoriedad al momento de usar muestras y su importancia en la realización de inferencias acerca de la población.

En azar (probabilidades), se aborda la probabilidad desde un punto de vista teórico con la introducción del modelo de Laplace; aunque la experimentación con el uso de tablas de frecuencias y gráficos sigue siendo importante en este nivel. En esta unidad se espera que los estudiantes sean capaces de comparar resultados experimentales con resultados teóricos, por lo que será importante el uso de herramientas tecnológicas que permitan simular un gran número de veces un cierto experimento aleatorio y contrastar el gráfico experimental con el gráfico teórico. Por último, se espera que los estudiantes comprendan los conceptos de espacio muestral, evento y eventos equiprobables.

##### Conceptos claves

Datos agrupados en intervalos – frecuencias de datos agrupados – muestras aleatorias – equiprobabilidad – espacio muestral – modelo de Laplace.

##### Prerrequisitos

- Población y muestra.
- Frecuencias absolutas y relativas.
- Experimento aleatorio.
- Probabilidad de un evento.
- Gráficos de frecuencia.

##### Contenidos disciplinares

- Intervalos.
- Amplitud de un intervalo.
- Marca de clase de un intervalo.
- Tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.
- Media aritmética y moda para datos agrupados en intervalos.
- Muestreo aleatorio simple.
- Equiprobabilidad de eventos.
- Principio multiplicativo.
- Espacio muestral asociado a un experimento aleatorio.
- Probabilidad teórica de un evento.
- Modelo de Laplace.
- Condiciones del modelo de Laplace: finitud del espacio muestral y equiprobabilidad.

##### Habilidades

- Resolver problemas en los cuales es necesario interpretar información a partir de tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.
- Construir tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante herramientas tecnológicas.

- Decidir sobre el tipo de muestra en algunos experimentos aleatorios para inferir sobre las características de poblaciones, ejemplifican.
- Analizar el comportamiento de una muestra de datos, usando medidas de tendencia central y argumentación acerca de la información que ellas entregan.
- Identificar el conjunto de los resultados posibles en experimentos aleatorios simples (espacio muestral) y los eventos o sucesos como subconjuntos de aquél.
- Utilizar el principio multiplicativo para obtener la cardinalidad del espacio muestral y de los sucesos o eventos.
- Verificar si un experimento aleatorio cumple con las condiciones del modelo de Laplace.
- Asignar en forma teórica la probabilidad de ocurrencia de un evento en un experimento aleatorio utilizando el modelo de Laplace.

**Actitudes**

- Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.
- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1. Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Identifican tablas de frecuencias con datos agrupados.</li> <li>● Comprenden el significado de la frecuencia de un intervalo en una tabla de frecuencias con datos agrupados.</li> <li>● Obtienen información, de diversos contextos, mediante el análisis de datos presentados en tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.</li> </ul>
<b>2. Representar datos, provenientes de diversas fuentes, en tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Explican la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos.</li> <li>● Aplican criterio para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos.</li> <li>● Construyen tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante herramientas tecnológicas.</li> </ul>
<b>3. Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Determinan la media a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto.</li> <li>● Determinan la moda, a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto.</li> <li>● Extraen información desde datos numéricos agrupados en intervalos y resumidos a través de la media o moda relacionados con una situación o fenómeno.</li> <li>● Interpretan información, en diferentes contextos, a través del uso de medidas de tendencia central.</li> <li>● Evalúan la pertinencia del uso de las medidas de tendencia central, de acuerdo al tipo de datos involucrados.</li> <li>● Comparan información respecto a dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y comunican sus conclusiones</li> </ul>
<b>4. Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia en la realización de inferencias.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Establecen estrategias para escoger muestras en forma aleatoria de un determinado tamaño, desde una población específica.</li> <li>● Utilizan un recurso tecnológico, por ejemplo, una calculadora, para generar números aleatorios y usarlos para extraer una muestra desde una población específica.</li> <li>● Argumentan acerca de la importancia de extraer muestras en forma aleatoria para las conclusiones que se puedan realizar acerca de una población.</li> </ul>
<b>5. Asignar probabilidades teóricamente a la ocurrencia de eventos, en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Describen el espacio muestral de un experimento aleatorio dado y obtienen su cardinalidad.</li> <li>● Argumentan acerca de la equiprobabilidad de cada resultado posible en un experimento aleatorio, realizando una simulación con apoyo de la tecnología. Por ejemplo, al lanzar un dado.</li> <li>● Determinan la probabilidad de ocurrencia de un cierto evento en un experimento aleatorio, mediante el modelo de Laplace.</li> <li>● Comparan el valor de la probabilidad de un cierto evento en un experimento aleatorio, obtenido mediante el modelo de Laplace, con el valor de la frecuencia relativa obtenida al simular el experimento un gran número de veces mediante el uso de la tecnología, y comunican sus conclusiones.</li> <li>● Comparan el gráfico teórico de los resultados de un experimento aleatorio, obtenido a través del modelo de Laplace, y el gráfico de las frecuencias relativas del mismo experimento simulado mediante el uso de tecnología, y comunican sus conclusiones.</li> </ul>

## Aprendizajes esperados en relación a los OFT

### **Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.**

- Seguir los pasos indicados hasta completar su trabajo.
- Proponer interpretaciones originales de los datos.
- Es metódico o metódica en el uso de las fuentes de información.

### **Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.**

- Es responsable en trabajos grupales.
- Participar de manera propositiva en actividades grupales.
- Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Proponer alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

## Observaciones al docente

Tal como lo sugieren los aprendizajes esperados, esta unidad se conecta naturalmente con los Objetivos Fundamentales Transversales. A través del trabajo propuesto en Datos y Azar, se puede incentivar el interés por conocer la realidad y la búsqueda de la información en diversas fuentes. Por otro lado, aparte de una actitud crítica frente a la información, también interesa que los estudiantes sean originales en sus interpretaciones, sean metódicos en el uso de las fuentes de información y, de igual modo, propositivos y responsables en el trabajo grupal.

En la parte estadística (Datos) es importante en esta unidad trabajar con contextos que sean de interés para los estudiantes. Por ello se sugiere que estos sean extraídos desde diarios, revistas o Internet, de modo que los estudiantes vean que esta dimensión de la matemática está en conexión con la vida cotidiana y es una herramienta para interpretar y modelar la realidad a través de diversas representaciones. Para este nivel, se sugiere enfatizar en el análisis de diferentes situaciones que impliquen tomar decisiones respecto a la pertinencia o no de agrupar datos en intervalos y cuál es un número "razonable" de ellos. Para este caso se sugiere profundizar en las medidas de tendencia central, esta vez considerando el caso de datos agrupados en intervalos. En cuanto a los conceptos de población y muestra, se recomienda proponer a los estudiantes discusiones relacionadas con las formas de seleccionar una muestra, enfatizando en el aspecto de aleatoriedad y la validez de las conclusiones o inferencias respecto de la población. Se sugiere el uso de algún recurso tecnológico (calculadora, por ejemplo) para generar números aleatorios.

En la parte de probabilidades (Azar) se recomienda proponer a los estudiantes diversas situaciones y experimentos aleatorios, en los que puedan determinar el espacio muestral – conjunto de todos los resultados posibles – y los eventos – como subconjuntos de dicho espacio muestral. Por ejemplo, en el caso del lanzamiento de dos dados existen 36 combinaciones posibles de las caras de los dados. Es importante que los estudiantes verifiquen este resultado y, luego, sean capaces de determinar otros eventos (subconjuntos), tales como: "que la suma sea igual a 7", o bien "que la suma sea un múltiplo de 3". Se sugiere posteriormente trabajar con el modelo de Laplace determinando los "casos favorables" y los "casos posibles o totales". Es importante que los estudiantes comprendan que lo primero corresponde a la cardinalidad del espacio muestral y lo segundo a la cardinalidad del subconjunto o evento. Cabe destacar que los estudiantes ya vienen trabajando desde años anteriores con las frecuencias relativas, de modo que en este nivel los estudiantes tienen la posibilidad de contrastar el modelo experimental (frecuencias relativas) y el modelo teórico (Laplace). De hecho el camino hacia las probabilidades ha sido justamente ese: de lo experimental a lo teórico. Se sugiere que en este nivel los estudiantes comparen el gráfico de las frecuencias relativas (tras un gran número de iteraciones por medio de la tecnología) con el gráfico de las probabilidades obtenidas por la regla de Laplace. Por ejemplo, aplicado al experimento de la suma de dos dados.

Un tema importante será que los estudiantes tengan claridad en las condiciones que permiten aplicar el modelo de Laplace. En esto será clave la comprensión acerca de la equiprobabilidad de los eventos elementales y que el espacio muestral debe ser finito. Se sugiere al docente que trabaje algunos ejemplos donde el modelo de Laplace no se puede aplicar directamente.

## Ejemplos de actividades

### AE 1:

**Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.**

#### Actividad

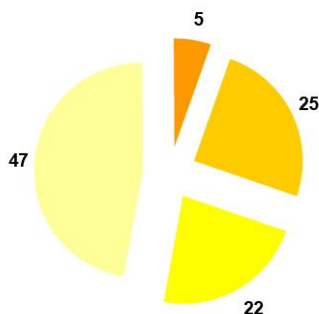
**1.-** Dada una tabla de frecuencias por intervalos y sus frecuencias, calculan los valores de cada frecuencia relativa y relativa porcentual. Por ejemplo, a continuación se muestran las notas (promedios) de los estudiantes de un curso al finalizar el segundo trimestre en la asignatura de matemática:

Intervalos de Notas	Punto medio <sup>4</sup>	Frecuencia <sup>5</sup>	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual
[1,0 – 2,0[	1,5	4		
[2,0 – 3,0[	2,5	6		
[3,0 – 4,0[	3,5	3		
[4,0 – 5,0[	4,5	14		
[5,0 – 6,0[	5,5	9		
[6,0 – 7,0]	6,5	4		
	Total	40		

**2.-** Escriben en su cuaderno las respuestas a las preguntas planteadas por el profesor, extrayendo la información de la tabla y visualizando la utilidad de cada columna de frecuencias. Por ejemplo:

- ¿Qué porcentaje de estudiantes tiene nota mayor o igual a 4,0?
- ¿Qué porcentaje de alumnos obtiene nota “roja” en la asignatura en el segundo trimestre?

**3.-** Obtienen información de diversos medios de comunicación que esté presentada en tablas de frecuencia con datos agrupados por intervalos, la registran en sus cuadernos y la ponen en común, verificando la pertinencia de la información que entregan las columnas de frecuencias. Por ejemplo, acorde a un estudio<sup>6</sup> sobre el uso de Facebook (403 individuos) se obtuvo la siguiente información, considerando el tiempo que permanecen conectados:



Tiempo conectado	Porcentaje
5 a 29 min	47%
30 a 59 min	22%
1 a 3 horas	25%
Todo el día conectado	5%
Total	

<sup>4</sup> También conocido como “Marca de Clase”.

<sup>5</sup> También denominada “Frecuencia Absoluta”.

<sup>6</sup> Estudio CADEM Research Facebook, el fenómeno en Chile. Agosto 2008. [http://www.cadem.cl/media/temas/documentos/Estudio\\_Facebook.pdf](http://www.cadem.cl/media/temas/documentos/Estudio_Facebook.pdf)



Responden preguntas del tipo:

- ¿Cuántos individuos se conectan entre 30 a 59 min?
- ¿Cuál es la moda del conjunto de datos?
- En promedio, ¿cuánto tiempo se conectan las personas?

## AE 2:

**Representar datos, provenientes de diversas fuentes, en tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.**

### Actividad

**1.-** Obtienen información de todos los estudiantes del curso con respecto a su estatura y a su número de hermanos. A partir de esto, el docente explicita la necesidad de trabajar con tablas de datos simples y tablas de datos agrupados por intervalos.

**2.-** Registran las estaturas de los estudiantes en una lista y presentar datos en tablas de frecuencia con datos agrupados.

**Observaciones al docente:** Se sugiere al docente realizar esta actividad en grupo. Después de registrar los datos en una lista, los distintos grupos representarán los datos obtenidos en tablas de frecuencia con datos agrupados. Cada grupo decidirá sobre el número de intervalos a utilizar.  
Es recomendable que los estudiantes tengan la oportunidad de discutir y decidir cuándo es apropiado usar intervalos, en función del tipo de datos y el propósito de lo que se quiere presentar.  
Es recomendable utilizar una planilla electrónica para simplificar los cálculos de los elementos de la tabla.

**2.-** Recopilan datos de interés en los medios de comunicación. Por ejemplo, ingresan a la página del Servicio Sismológico de la Universidad de Chile<sup>7</sup> y obtienen la actividad sísmica de los últimos 2 días:

Fecha-hora Local	Magnitud	Sensible	Localidad
2010/10/25 17:18:24	3	No	18 km al NO de Pichilemu
2010/10/25 16:25:28	3.2	No	26 km al NE de Calama
2010/10/25 15:28:48	3.4	No	26 km al NE de Calama
2010/10/25 15:18:00	3.7	Si	64 km al NO de Valparaíso
2010/10/25 14:04:05	3.5	No	134 km al SE de Vallenar
2010/10/25 13:14:11	3.3	No	25 km al N de Pichilemu
2010/10/25 10:54:52	3.2	No	24 km al O de Navidad
2010/10/25 04:45:18	4.2	Si	57 km al NO de Constitución
2010/10/25 04:20:41	3.4	No	23 km al O de Pichilemu
2010/10/25 03:10:07	4.5	Si	56 km al O de Cobquecura
2010/10/25 02:45:38	4.1	Si	64 km al NO de Cobquecura
2010/10/24 23:03:12	2.3	No	32 km al SE de Navidad
2010/10/24 22:26:06	3.7	Si	42 km al O de San Antonio
2010/10/24 19:56:27	4.9	Si	16 km al O de La Serena
2010/10/24 18:11:21	4.4	Si	27 km al S de Rancagua
2010/10/24 13:44:41	4.1	Si	19 km al NO de Melipilla
2010/10/24 13:39:06	3	No	42 km al S de Pichilemu
2010/10/24 07:59:18	3	No	47 km al NO de Pichilemu
2010/10/24 07:53:09	4.6	Si	52 km al NO de Arauco
2010/10/24 07:47:00	4.8	No	85 km al SE de Ollagüe
2010/10/24 06:44:50	2.7	No	17 km al O de Navidad
2010/10/24 03:19:36	2.7	No	27 km al SE de Pichilemu
2010/10/23 23:59:07	2.5	No	22 km al SO de Los Vilos
2010/10/23 23:54:08	2.9	No	13 km al NO de La Ligua
2010/10/23 22:55:43	2.9	No	81 km al O de San Antonio

<sup>7</sup> <http://www.sismologia.cl/>

3.- Construyen tablas por intervalos sencillas, verificando que la cantidad de intervalos debe simplificar la presentación de los datos y no debe dejar que se pierda información importante.

#### Observaciones al docente:

Hacer notar a los estudiantes que la variable en cuestión corresponde a la magnitud del sismo, y sobre la cual se deben construir los intervalos. Para la construcción es necesario identificar la magnitud mínima y la máxima.

#### AE 3:

**Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.**

#### Actividad

1.- A partir de una tabla de frecuencias simple obtenida a partir de datos de su interés, calculan la media de la muestra (promedio ponderado) y su moda. Por ejemplo, si se considera el consumo eléctrico mensual de un hogar en KWH.

KWH	Punto Medio <sup>8</sup>	Frecuencia <sup>9</sup>
[144 – 170[		6
[170 – 196[		6
[196 – 222[		5
[222 – 248[		7
[248 – 274]		4
[274 – 300]		2
Total		30

2.- Construyen en sus cuadernos una tabla por intervalos con información y completan las columnas de frecuencias. Por ejemplo, a partir de los puntajes obtenidos en la PSU por los estudiantes de un establecimiento educacional:

361	543	640	475	321	370	553	431	555	245
728	658	742	321	420	573	660	410	770	445
225	351	800	410	729	777	389	520	478	545
601	417	430	630	562	518	383	820	330	645
780	515	427	625	651	478	760	555	400	745
435	552	368	490	620	328	500	470	690	800
458	584	451	610	381	504	677	478	643	790
460	325	531	679	780	800	600	580	390	700

3.- Calculan las marcas de clase o puntos medios de cada intervalo.

4.- Escriben en su cuaderno conjeturas acerca de procedimientos para calcular la media y la moda en este conjunto de datos agrupados por intervalos. Verifican sus conjeturas con ayuda del profesor, quien les proporciona algunos métodos usuales.

5.- A partir de distintas tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos que proporciona el profesor, calculan la media y la moda. Escriben el significado de estos valores de acuerdo al contexto del problema.

<sup>8</sup> Marca de Clase  
<sup>9</sup> Frecuencia Absoluta

**6.-** Registran conclusiones a partir de distintos experimentos y encuestas obtenidos de distintos medios de comunicación, de los cuales se conoce la media y/o la moda. Verificar que, en ocasiones, estas medidas pueden no ser representativas.

**7.-** Comparan dos conjuntos de datos y calcular e interpretar sus medidas de tendencia central, visualizando la importancia de la aleatoriedad de la muestra. Por ejemplo, la misma encuesta para dos muestras distintas.

**Observaciones al docente:** Se sugiere al docente enfatizar en el uso de la marca de clase (punto medio) como un valor de la variable, representativo del intervalo que corresponde, considerando que al tabular de esta manera, se gana en organización y presentación de los datos pero se pierde en exactitud.

Como criterio, se pedirá a los grupos estimar el promedio de los datos utilizando los datos agrupados y comparar con el promedio real.

En esta actividad se sugiere retomar la actividad del registro de estaturas por grupo. Dado que deben trabajar las medidas de tendencia central, es importante que los estudiantes verifiquen las formas de obtener dichas medidas a partir de un conjunto de datos agrupados. Por ejemplo, en el caso de la media aritmética se define el "punto medio" del intervalo y con este valor, como representante, se obtiene la media aritmética con el mismo procedimiento que para el caso de datos no agrupados. Vale aquí el ejercicio de comprobar qué tan cercanos están la media aritmética obtenida, con los datos sin agrupar, y la media aritmética con datos agrupados utilizando el punto medio.

#### **AE 4:**

**Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia en la realización de inferencias.**

##### **Actividad**

- 1.-** Escriben en su cuaderno las condiciones necesarias para asegurar la aleatoriedad de una muestra.
- 2.-** A partir de una lista, clasifican las muestras en aleatorias y no aleatorias.
- 3.-** Extraen información y datos de estudios públicos de diferentes medios de comunicación y escribir las especificaciones de cada muestra escogida.
- 4.-** Ponen en común los estudios recopilados y la información de sus respectivas muestras en grupos.
- 5.-** Analizan los resultados de dos encuestas distintas en un contexto significativo, una sobre una muestra aleatoria y la otra no. Escriben en su cuaderno la importancia de la aleatoriedad de una muestra.

**Observaciones al docente:** Se sugiere al docente proporcionar a los alumnos algunos experimentos o encuestas guiados para obtener los resultados deseados.

#### **AE 5:**

**Asignar probabilidades teóricamente a la ocurrencia de eventos, en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.**

##### **Actividad**

- 1.-** Escriben por extensión en sus cuadernos los elementos de los espacios muestrales de distintos experimentos. Por ejemplo:

*Escribir el espacio muestral de "Lanzar dos monedas al aire".*

- 2.-** Lanzan un dado 20 veces cada uno en grupos de 4 o 5 alumnos. Observan y registran en sus cuadernos la frecuencia relativa de cada resultado (equiprobables).

3.- Realizan el lanzamiento de dos dados una gran cantidad de veces y registran los resultados para la suma de los puntajes de las caras. Utilizan apoyo de la tecnología y grafican.

4.- Determinan las combinaciones posibles para el lanzamiento de dos dados y grafican los resultados "teóricos" para la suma de las caras. Utilizan un gráfico de barras para estos resultados ideales. Responden a la pregunta: ¿Qué suma tiene más probabilidades de salir?

5.- Comparan el gráfico asociado a las frecuencias relativas (experimental) con el gráfico de barras ideal, respecto al experimento de la suma de los dados. Concluyen al respecto.

6.- Calculan probabilidades de eventos asociados al experimento con dados mediante el modelo de Laplace. Por ejemplo, determinan la probabilidad de que al lanzar dos dados la suma sea menor o igual a 5.

7.- Comparan la probabilidad teórica con la frecuencia relativa en el experimento de lanzar 100 veces una moneda. Aumentan el número de lanzamientos usando un recurso tecnológico.

**Observaciones al docente:** Es importante que los estudiantes realicen completamente la experiencia e identifiquen cada etapa del proceso.

Es importante motivar a los estudiantes a que permanentemente realicen conjeturas acerca del resultado del lanzamiento del dado. Además, como es un contexto lúdico, es recomendable que la experiencia se maneje en términos de “apuestas”. Ellos deberían partir con una apuesta inicial, sin embargo, a medida que se realice el experimento puede que sus conjeturas vayan cambiando y modifiquen su apuesta.

Lo fundamental del trabajo con esta actividad, es la capacidad de observar los patrones o regularidades respecto a las frecuencias relativas porcentuales para cada resultado. En esto los gráficos cumplen una función importante, ya que los estudiantes pueden constatar sus conjeturas en forma visual, es decir, pueden “ver” lo que está pasando.

Por lo anterior, cobra relevancia el uso de herramientas tecnológicas que permitan simular experimentos aleatorios una gran cantidad de iteraciones. De este modo los estudiantes pueden establecer conclusiones al observar patrones, los cuales con pocos lanzamientos sería muy difícil observar.

Es necesario que los estudiantes, en cada etapa, utilicen la misma escala y la frecuencia relativa porcentual para poder comparar los gráficos.

Esta actividad se presta para la utilización de un simulador de lanzamientos.

## Actividad de Evaluación

### Aprendizaje Esperado:

**Asignar probabilidades teóricamente a la ocurrencia de eventos, en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.**

### Indicadores de Evaluación:

- Describen el espacio muestral de un experimento aleatorio dado y obtienen su cardinalidad.
- Argumentan acerca de la equiprobabilidad de cada resultado posible en un experimento aleatorio, realizando una simulación con apoyo de la tecnología. Por ejemplo, al lanzar un dado.
- Determinan la probabilidad de ocurrencia de un cierto evento en un experimento aleatorio, mediante el modelo de Laplace.
- Comparan el valor de la probabilidad de un cierto evento en un experimento aleatorio, obtenido mediante el modelo de Laplace, con el valor de la frecuencia relativa obtenida al simular el experimento un gran número de veces mediante el uso de la tecnología, y comunican sus conclusiones.
- Comparan el gráfico teórico de los resultados de un experimento aleatorio, obtenido a través del modelo de Laplace, y el gráfico de las frecuencias relativas del mismo experimento simulado mediante el uso de tecnología, y comunican sus conclusiones.

### Instrucciones

Lee cuidadosamente la situación dada. Responde las preguntas propuestas.

Ernesto y María Jesús juegan con monedas. El juego consiste en lanzar una moneda dos veces, primero lanza uno, María Jesús por ejemplo, y luego el otro jugador, alternándose. Si, en ambos lanzamientos salen caras o en ambos cello, entonces gana María Jesús, pero si salen distintas - en el primero cara y en el segundo cello o viceversa - entonces gana Ernesto.

Preguntas:

1. En una instancia del juego, ¿cual es el espacio muestral? ¿Cuántos elementos tiene?
- 2.Cuál es la probabilidad teórica de que gane María Jesús.
3. Los elementos del espacio muestral ¿Tienen igual probabilidad de ocurrencia? Porqué.
4. Si al repetir 100 veces el juego, se obtiene la siguiente tabla de frecuencias:

Resultados	Frecuencia
cc	22
cs	24
sc	28
ss	26

a) Compara gráficamente, los resultados obtenidos en la repetición del experimento, con los teóricos.) ¿A qué atribuyes la diferencia?

### Criterios de Evaluación

1. Describen el espacio muestral y determinan su cardinalidad.
2. Argumentan sobre la equiprobabilidad de ocurrencia de los elementos del Espacio Muestral.
3. Aplican el modelo de Laplace para calcular la probabilidad de ocurrencia de un evento.
4. comparan las probabilidades de ocurrencia aplicando Laplace y las frecuencias relativas.
5. Comparan gráficamente las probabilidades teóricas y

5) ¿Cuál es la probabilidad, según la tabla, que gane Ernesto en el juego?	empíricas.
6. ¿Es un juego justo?	

Documento borrador

## UNIDAD 4 Álgebra

### Propósito de la unidad

La unidad de álgebra propone a los estudiantes el reconocimiento de funciones y su distinción con las relaciones en contextos diversos. Por una parte, la idea es desarrollar el concepto de función asociado a algunas metáforas que facilitan su comprensión y vincularlo a conceptos matemáticos ya trabajados en años anteriores. Por otra parte, en el trabajo propuesto los estudiantes deben reconocer conceptos claves tales como dominio y recorrido, lo que introduce algunos elementos de lenguaje conjuntista.

En este nivel el trabajo con ecuaciones progresa hacia el planteamiento y resolución de ecuaciones con más de una incógnita. Por ejemplo, ecuaciones que representan relaciones físicas, fórmulas geométricas o expresiones que reflejen situaciones de la vida cotidiana, que resulten interesantes para los estudiantes.

La unidad ofrece también la posibilidad de visitar nuevamente tópicos relativos a proporcionalidad directa e inversa, pero con mayor énfasis en el concepto de variación proporcional y tratado desde el punto de vista algebraico. Todo esto se incorpora al repertorio de temas que aportan al desarrollo del razonamiento matemático, en especial, la capacidad para realizar representaciones de objetos abstractos.

### Conceptos claves

Variable – variación proporcional y no proporcional – variación proporcional directa – variación proporcional inversa – función – dominio y recorrido de una función – ecuación de primer grado con dos incógnitas.

### Prerrequisitos

- Proporcionalidad directa e inversa.
- Representación gráfica la proporcionalidad directa e inversa.
- Resolución de problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

### Contenidos disciplinares

- Situaciones de variación proporcional y no proporcional.
- Situaciones de variación proporcional directa e inversa.
- Concepto de función y sus diferentes representaciones.
- Dominio y recorrido de funciones.
- Ecuaciones de primer grado con más de una incógnita.

### Habilidades

- Identificar situaciones de variación proporcional y no proporcional.
- Resolver problemas que involucren variación proporcional directa.
- Resolver problemas que involucren variación proporcional inversa.
- Reconocer funciones en diversos contextos.
- Identificar dominio y recorrido de funciones en diversos contextos.
- Resolver problemas que involucren funciones en diversos contextos.
- Plantear y resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

### Actitudes

- Trabajo en equipo y muestra iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.



Aprendizajes esperados	Sugerencias de Indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1. Plantear ecuaciones que representan la relación entre dos variables en diversos contextos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican las variables que están involucradas en situaciones de la vida cotidiana.</li> <li>• Despejan una variable en función de la otra en ecuaciones que tienen dos incógnitas.</li> <li>• Evalúan ecuaciones planteadas en función del contexto del problema.</li> </ul>
<b>2. Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican el dominio y recorrido de una función.</li> <li>• Identifican variables dependientes de otras variables en diversas situaciones.</li> <li>• Dan ejemplos de funciones en contextos cercanos.</li> <li>• Utilizan notaciones empleadas en funciones para expresar dependencias de variables.</li> </ul>
<b>3. Identificar variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican en un contexto determinado, variables que dependen proporcionalmente de otras variables.</li> <li>• Identifican en un contexto determinado, dependencias no proporcionales.</li> <li>• Identifican la constante de proporcionalidad en dependencias proporcionales.</li> <li>• Comparan el cociente entre valores asignados a variables para identificar una relación de proporcionalidad directa entre variables.</li> <li>• Comparan el producto entre valores asignados a variables para identificar una relación de proporcionalidad inversa entre variables.</li> <li>• Utilizan la constante de proporcionalidad para argumentar la proporcionalidad directa e inversa entre variables.</li> </ul>
<b>4. Analizar mediante el uso de software gráficos situaciones de proporcionalidad.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican, utilizando softwares gráficos, situaciones asociadas a proporcionalidad directa.</li> <li>• Utilizan softwares gráficos para identificar situaciones asociadas a proporcionalidad inversa.</li> <li>• Analizan, utilizando softwares gráficos, datos representativos de situaciones para determinar si estas son proporcionales.</li> </ul>
<b>5. Resolver problemas en diversos contextos que implican proporcionalidad directa y problemas que implican proporcionalidad inversa.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtienen ecuaciones de situaciones asociadas a proporcionalidad directa.</li> <li>• Determinan la constante de proporcionalidad en datos que varían proporcionalmente y los utilizan para realizar cálculos.</li> <li>• Representan en tablas y gráficos relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre dos variables.</li> </ul>

## Observaciones al docente

La unidad de álgebra se presenta por primera vez en el programa de estudio con identidad propia, esto quiere decir, con autonomía de los temas tratados en números. Este hecho es particularmente relevante cuando se quiere analizar el enfoque de los temas propuestos en esta unidad.

Con relación al tema de funciones, cabe señalar que esta unidad no propone la clásica progresión que se iniciaba con una rigurosa definición del producto cartesiano, para luego definir el concepto de relación y terminar presentando las funciones como un caso particular de las relaciones. Por el contrario, en esta oportunidad se propone desarrollar el concepto de función asociado a algunas metáforas que facilitan su comprensión y vinculado a conceptos matemáticos que ya fueron trabajados años anteriores por los estudiantes, como por ejemplo, la proporcionalidad directa e inversa. Interesa que los estudiantes analicen las funciones desde la relación entre dos variables y, en particular, distingan entre variables dependientes e independientes.

Es importante que los estudiantes sean capaces de reconocer el dominio y recorrido de una función. Aunque el currículo no propone como tema el uso del lenguaje conjuntista, si el docente lo estima conveniente puede utilizar aquellos términos y conceptos relacionados con teoría de conjuntos que sean necesarios y faciliten el aprendizaje. Reconocer en una función el dominio y recorrido, permite a los estudiantes distinguirlas de una relación cualquiera. El apoyo de tecnología, especialmente de aquellos software que permiten graficar funciones, le permitirán tanto al estudiante como al docente observar las distintas gráficas de cada función en estudio. Además el uso de tecnología facilita la relación conceptual entre la expresión algebraica y su representación geométrica, relación que no es natural para la mayoría de los estudiantes. Uno de las situaciones que debe evitarse, es que los estudiantes trabajen con las expresiones algebraicas que representan relaciones o funciones sin comprender qué describen.

En este nivel, el trabajo con ecuaciones progresa hacia el planteamiento y resolución de ecuaciones con dos incógnitas en diversos contextos. El énfasis debe estar puesto en que los estudiantes comprendan que las variables de este tipo de ecuaciones pueden ser despejadas en función de la otra variable, y que el valor que puede tomar la incógnita dependerá del valor que tome la otra variable. Ejemplos clásicos pueden ser tomados de fórmulas que representan relaciones físicas. Por ejemplo: la frecuencia ( $f$ ) de una onda y su período ( $T$ ) están relacionados a través de la ecuación:  $f = \frac{1}{T}$ .

La unidad ofrece también la posibilidad de trabajar nuevamente tópicos relativos a proporcionalidad directa e inversa, con el agregado que al estar bajo el alero del álgebra se enriquece su trabajo y se potencia el concepto de variación proporcional. Por ejemplo, los estudiantes podrían concluir que al ser el cociente entre el perímetro y el diámetro de cualquier circunferencia siempre el mismo número, se trata de una relación directamente proporcional, interpretando la igualdad  $\frac{P}{D} = \pi$  como la expresión que representa dicha situación.

Esta es la oportunidad para introducir las representaciones algebraicas de una relación proporcional, ya sea directa o inversa y mostrar sus diferencias con representaciones de relaciones que no varían proporcionalmente, aunque cumplan con alguna de las características de las proporciones. Por ejemplo, es esperable para el nivel que los estudiantes identifiquen la expresión  $y = 2^x + 1$  como una relación no proporcional a pesar que cuando una variable aumenta también lo hace la otra.

El trabajo en equipo facilita la discusión y análisis de situaciones problema fomentando el liderazgo intelectual y el carácter, así como la asignación de roles. El trabajo en álgebra se presta favorablemente para alternar entre reflexión y estudio personal con planteo y discusión de situaciones problemáticas.

## Ejemplos de actividades

### AE 1: Plantear ecuaciones que representan la relación entre dos variables en diversos contextos.

#### Actividades

- 1.- Identifican ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- 2.- Modelan situaciones de la vida cotidiana mediante ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Por ejemplo:
  - Determinan la ecuación que permite conocer las maneras de envasar 50 kilos de azúcar en bolsas de 2 y 5 kilos.
  - Determinan la ecuación que permite conocer las maneras de juntar \$10.000 en monedas de \$100 y \$500.

### AE 2: Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas.

#### Actividades

- 1.- Modelan situaciones en contextos cotidianos. Identifican variables independientes y otras dependientes de ellas, y establecen el término función. Por ejemplo, en la situación:  
"Marcos cotiza el revelado de fotos en una tienda, por revelar el rollo le cobran \$1.000 y por cada foto que salga bien le cobran \$50, decide calcular revelar el rollo dependiendo del número de fotos. Obtiene la siguiente fórmula:  $P = 1000 + 50F$ , donde  $P$  es el precio que debe pagar por revelar  $F$  fotos."
  - Identifican la variable independiente y la variable dependiente.
  - Comprenden que la variable dependiente depende de la variable independiente, y a esta dependencia le llama función.

#### Observaciones al docente:

Se sugiere al docente mostrar modelamientos de situaciones antes de que sus estudiantes intenten llegar a un modelo que represente una situación dada. Se sugiere además guiar al estudiante en el proceso de modelamiento.

- 2.- Utilizan la notación  $y = f(x)$  para identificar que  $y$  está en función de  $x$ . Por ejemplo, en la relación  $b = 3a - 5$ , identifican que  $b$  está en función de  $a$  y notan esta dependencia en la forma  $b = f(a)$ .  
En las siguientes igualdades identifican las variables dependiente e independiente y notan esta dependencia en la forma  $y = f(x)$ .
  - $y = 3z - 4$
  - $c = a - 5$

#### Observaciones al docente:

Se sugiere al docente mostrar distintos tipos de funciones en las que una variable dependa de otra variable. Adicionalmente se aconseja mostrar a modo de ejemplo dependencias de más de una variable.

- 3.- Identifican dominios y determinan recorridos de funciones. Por ejemplo, en la función  $y = 2(x - 1)$ , donde  $x$  toma los valores en el conjunto de los números naturales impares mayores que 5 y menores que 16, determinan el recorrido de la función.
- 4.- Representan situaciones en contextos cotidianos a través de funciones.

### **AE 3: Identificar variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional.**

#### **Actividades**

1.- Identifican situaciones que corresponden a variables relacionadas de manera proporcional y situaciones donde la variación no es proporcional. Al respecto, construyen una tabla con valores de las variables determinadas y a partir de cálculos realizados con ellas establecen si están relacionadas de manera proporcional.

2.- Indagan en Internet acerca de situaciones que corresponden a variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional. Argumentando al respecto.

#### **Observaciones al docente:**

Se sugiere al docente mostrar variables que dependen de otra de manera proporcional. También se sugiere que deje lo más claro posible el significado matemático de este concepto.

### **AE 4: Analizar mediante el uso de software gráficos situaciones de proporcionalidad.**

#### **Actividades**

1.- Analizan datos correspondientes a situaciones en diversos contextos mediante el uso de software gráficos para determinar si las situaciones que representan estos datos son proporcionales.

2.- Resuelven problemas relativos a magnitudes proporcionales utilizando software gráficos.

### **AE 5: Resolver problemas en diversos contextos que impliquen proporcionalidad directa y problemas que impliquen proporcionalidad inversa.**

#### **Actividades**

1.- Comprenden los conceptos de proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa e identifican este tipo de cantidades en contextos diversos. Al respecto el docente podría presentar a sus estudiantes situaciones donde:

- Una de las variables involucradas aumenta cuando la otra variable aumenta, pero que no son directamente proporcionales.

2.- Completan tablas asociadas a la función  $y = kx$ , y a la función  $y = \frac{k}{x}$ , donde  $k$  es una constante.

3.- Calculan la constante de proporcionalidad en proporciones directas y en proporciones inversas utilizando datos de la situación que representan, y la utilizan para obtener valores desconocidos de esa situación. Por ejemplo, calculan la constante de proporcionalidad en una proporción directa  $y = kx$ , si se sabe que  $y = 5$  cuando  $x = 10$ , y la utilizan para calcular el valor de  $y$  cuando  $x = 30$ .

4.- Resuelven problemas que implican proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa en distintos contextos.

#### **Observaciones al docente:**

Se sugiere al docente mostrar distintas proporciones directas e inversas. Reforzar el concepto matemático que implican estas dependencias mediante exposiciones gráficas.

## Actividad de Evaluación

<b>Aprendizaje Esperado:</b>  <b>Resolver problemas en diversos contextos que implican proporcionalidad directa y problemas que implican proporcionalidad inversa.</b>	
<b>Indicadores de Evaluación:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtienen ecuaciones de situaciones asociadas a proporcionalidad directa.</li> <li>• Determinan la constante de proporcionalidad en datos que varían proporcionalmente y los utilizan para realizar cálculos.</li> <li>• Representan en tablas y gráficos relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre dos variables.</li> </ul>	
<b>Instrucciones</b>  A continuación se entrega información relacionada con un hecho real. Lee cuidadosamente la información y responde a las preguntas propuestas.	
<b>Rescate de los Mineros</b>  De acuerdo a las noticias, el día 13 de octubre de madrugada se inició el rescate de los 33 mineros atrapados en el fondo de la mina San José. La velocidad con que la capsula Fénix se desplaza es de 1 metro por segundo demorándose 15 minutos y 40 segundos en hacer un viaje desde el fondo de la mina a la superficie o bien desde la superficie al fondo de la mina. El lapso que transcurre entre el rescate de dos mineros consecutivos, es de 40 minutos. Preguntas. 1. Qué tipo de relación existe entre el número, $N$ , de mineros rescatados y el tiempo, $t$ , que transcurre en el rescate de los $N$ mineros. Justifique 2. Qué relación existe entre el tiempo que toma rescatar un minero (viaje desde el fondo de la mina a la superficie) y la velocidad de subida de la capsula Fénix. Construya un gráfico que represente la relación entre las variables. 3. Si se mantienen invariantes los datos entregados en el enunciado, ¿Cuánto tiempo tomaría el rescate de los 33 mineros? Justifique.	<b>Criterios de Evaluación.</b>  1. Identifican las relaciones de proporcionalidad entre las variables.  2. Representan gráficamente la relación de proporcionalidad entre dos variables  3. Resuelven problemas utilizando las relaciones de proporcionalidad entre variables.

## MATERIAL DE APOYO SUGERIDO

### Referencias bibliográficas para el docente

- **Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, Matemática.** Ministerio de Educación de Chile. Mayo 2009.
- **Ministerio de Educación.** Matemática. Programa de Estudio, Primer Año Medio. 2004.
- **Ministerio de Educación.** Educación Matemática. Programa de Estudio, Octavo Año Básico. 2004.
- **Enseñar matemáticas.** Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez y Torra. Editorial Grao, Madrid. 1996.
- **Ingeniería didáctica en educación matemática.** Artigue, Michéle y otros. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1ª edición. 1995.
- **Calculadoras: Introducción al Álgebra.** Cedillo, Tenoch. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1997. 1ª edición.
- **La matemática aplicada a la vida cotidiana.** Corbalán Fernando. Editorial Graó, Barcelona, 1995.
- **El aprendizaje de las Matemáticas.** Dickson L., Brown M., y Gibson O. Editorial Labor S.A. Barcelona, 1991.
- **Razonamiento Matemático.** Rodríguez, José y otros. Internacional Thompson Editores, México, 1997, 1ª edición.
- **Números Enteros. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje.** Vargas-Machuca, Inmaculada; González, José Luis y otros. Editorial Síntesis, Madrid. 1990
- **101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales transversales.** Winston H Elphick D. Lom Ediciones, 2001.
- **Construcciones Geométricas Mediante un Compás,** A. N. Kostovsky, Editorial Mir, Moscú, 1984.
- **Geometría elemental.** Villanueva y otros. Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago 1993.
- **El número de oro. tomo I: Los ritmos; tomo II Los ritos.** Malila C. Ghyka. Editorial Poseidón, Buenos Aires. 1968.
- **Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes.** Malila C. Ghyka. Editorial Poseidón, Buenos Aires. 1968
- **Buscando un orden para el azar, Proyecto Enlaces Matemática.** Araya S. Roberto y Matus Claudia. Editado por Centro Comenius Universidad de Santiago de Chile. 2008. 2ª edición.
- **Azar y probabilidad.** Díaz J y otros. Editorial Síntesis, Madrid, 1987.
- **Introducción a la Estadística.** Portus Govinden L. Editorial Mc Graw Hill, 1998. 2ª Edición.
- **Contenidos Básicos de Estadística y Probabilidad.** Saavedra G. Eugenio. Editorial Universidad de Santiago, colección ciencias. 2005.
- **Educación Matemática y buenas prácticas.** Nuria Planas y Ángel Alsina. Editorial Grao. Barcelona .2005.
- **Didáctica de la Matemática.** Bruno D'Amore. Cooperativa Editorial Magisterio. Colombia. 2006.
- **Enseñar Matemática Hoy.** P. Sadovsky. Libros del Zorzal. Argentina 2005
- **Aprendizaje Cooperativo en Matemática.** J.M. Serrano y otros. Universidad de Murcia. 1997.
- **El Currículo de Matemática en los inicios del siglo XXI.** J.M. Goñi (Coord.). Editorial Grao. Barcelona. 2000.
- **Las Matemáticas en el entorno.** Revista UNO. Editorial Grao. Barcelona. 1997
- **Encuentros cercanos con la matemática.** M.E. Duhalde, M.T González. Editorial AIQUE. Argentina. 2003.
- **Un club de Matemática para la diversidad.** Luz Callejo. Narcea. Madrid. 1994
- **La matemática de los modelos proporcionales. Primero Medio. Material del Estudiante. Enlaces Matemática Aprender Matemática Creando Soluciones.** Escalante, M.; Venegas, M. A.; Herrera, E. 2008.
- **El hombre que calculaba.** Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan). Editorial Limusa S.A. De C.V., 2002.
- **Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático.** Manual para Kinder a Octavo básico. Alicia Cofré, Lucila Tapia. Editorial Universitaria, 1995.
- **Números Decimales ¿Por qué? ¿Para qué? Serie Matemáticas: cultura y aprendizaje.** Centeno, Julia. Editorial Síntesis. 1997.
- **Razones para enseñar Geometría en la educación Básica.** A.M Bressan, B. Bogisic, K. Crego. Ediciones Novedades Educativas. México. 2006.
- **Las Matemáticas, perejil de todas las salsas.** R. Berlanga, C. Bosch, J. Rivaud. Fondo de Cultura Económica. México. 2000.
- **Uno, Dos, Tres... Geometría otra vez.** José Villela. Editorial AIQUE. Argentina. 2001.
- **"Una introducción a la didáctica de la matemática",** en *Enseñanza de la Matemática*, Artigue, M., Selección bibliográfica, traducción para el PTFD, MCyE 1994.
- **Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática,** Johsua S., Dupin J. (2005), Buenos Aires,

Colihue.

- **La matemática: su contenido, métodos y significado. Tres volúmenes.** Aleksandrov, A; Kolmogorov, A; Laurentiev, M y otros. Alianza universidad. Madrid. 1976.
- **Materiales para construir la geometría.** Alsina Catalá, C., Burgués Flamerich, C., Fortuny Aymeny, J. M. Editorial Síntesis. 1988.
- **Invitación a la didáctica de la geometría.** Alsina Catalá, C.; Fortuny Aymeni, J. M.; Burgués Flamerich, C. Editorial Síntesis. Madrid.
- **Simetría dinámica.** Alsina Catalá, C. Y otros. Editorial Síntesis. 1990.
- **Historia de la matemática.** Argüelles Rodríguez, J. Editorial Akal. 1989.
- **Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria.** Arias, Nafría, Domínguez, Santiso, Díez, Garrán, Timón, Caravantes, Martínez, Villarino, Sáenz Y González. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid. 1992.
- **Funciones y gráficas.** Azcárate Giménez, C.; Deulofeu Piquet, J. Editorial Síntesis. 1990.
- **El ingenio en las Matemáticas.** Colección "La Tortuga de Aquiles". Honsberger, R. DLS-Euler Editores. Madrid. 1994.

#### Páginas Web recomendadas:

- Ministerio de Educación de Chile  
<http://www.mineduc.cl>
- Instrumentos Curriculares (Mapas de Progreso, Programas de estudio, etc.)  
<http://www.curriculum-mineduc.cl/>
- Instituto Nacional de Estadísticas  
<http://www.ine.cl>
- Red Maestros de Maestros (MINEDUC)  
<http://www.rmm.cl>
- Sitio Key Curriculum Press de textos de matemática:  
Geometría:  
<http://www.keypress.com/x19850.xml> (Ver capítulos de lecciones en español)  
Álgebra  
<http://www.keypress.com/x19578.xml> (Ver capítulos de lecciones en español)
- Textos para el docente y el estudiante educación secundaria México:  
<http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html>  
[http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat\\_ed/mat\\_ed\\_01.php](http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_ed/mat_ed_01.php)

#### Recursos digitales interactivos en la Web:

- **Portal Educar Chile:**  
<http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119>
- **Enlaces:**  
[http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)
- **Proyecto Descartes, España:**  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>
- **Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH:**  
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>
- **EDUTEKA, Portal Educativo, Colombia:**
  - <http://www.eduteka.org/directorio>, luego elegir la carpeta "Matemáticas" o bien desde el enlace directo:
  - [http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=204](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=204)
  - Actividades sugeridas por temas: <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>

## Referencias bibliográficas para el alumno

- **Historia de la matemática.** Argüelles Rodríguez, J. Editorial Akal. 1989.
- **Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria.** Arias, Nafría, Domínguez, Santiso, Díez, Garrán, Timón, Caravantes, Martínez, Villarino, Sáenz Y González. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid. 1992.
- **Funciones y gráficas.** Azcárate Giménez, C.; Deulofeu Piquet, J. Editorial Síntesis. 1990.
- **El ingenio en las Matemáticas.** Colección "La Tortuga de Aquiles". Honsberger, R. DLS-Euler Editores. Madrid. 1994.
- **El hombre que calculaba.** Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan). Editorial Limusa S.A. De C.V., 2002.
- **Buscando un orden para el azar. Proyecto Enlaces Matemática.** Araya S. Roberto y Matus Claudia. Editado por Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile. 2008. 2ª edición.
- **Introducción a la Estadística.** Portus Govinden L. Editorial Mc Graw Hill, 1998. 2ª Edición.

### Páginas Web recomendadas:

- Textos para el docente y el estudiante educación secundaria México:  
<http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html>  
[http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat\\_ed/mat\\_ed\\_01.php](http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_ed/mat_ed_01.php)

### Recursos digitales interactivos en la Web:

- **Proyecto Descartes, España:**  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>
- **Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales**, applets de la Universidad de UTAH:
  - El enlace genérico es <http://nlvm.usu.edu/es/nav>, o bien puede escoger los enlaces directos:
  - **Números y operaciones:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html)
  - **Álgebra:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_2.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_2.html)
  - **Geometría:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_3.html)  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_4.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_4.html)
  - **Análisis de Datos y Probabilidad:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_5.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_5.html)
- **Portal Educar Chile:**  
<http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119>
- **Enlaces:**  
[http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitaes?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitaes?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)
- **EDUTEKA**, Portal Educativo, Colombia:
  - Actividades sugeridas: <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>
  - El enlace genérico de las unidades temáticas es <http://www.eduteka.org/directorio> o bien puede escoger los enlaces directos:
  - **Números y operaciones:**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=362](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=362)
  - **Geometría**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=363](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=363)  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=364](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=364)
  - **Probabilidad y Estadística**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=365](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=365)
  - **Álgebra**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=366](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=366)



Referencias bibliográficas CRA			
Unidad	Autor	Título	Sello
Unidad 1	Varios Autores	Cubos en base dos	s.n.
Unidad 1, 2, 3 y 4	Snape Charles ; Scott Heather	¡Sal si puedes!	Limusa
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Usa las matemáticas: soluciona desafíos de la vida real 5 v.	Alfaguara Infantil y Juvenil
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Calculadora	Texas
Unidad 2	Varios Autores	Sólidos geométricos	Learning Resources
Unidad 2	Varios Autores	Cuerpos geométricos	s.n.
Unidad 3	Varios Autores	Juegos de naipes ingleses	s.d.
Unidad 1, 2, 3 y 4	Blum, Raymond	Festival de ingenio	RIL
Unidad 1, 2, 3 y 4	Collantes, J. ; Pérez, A.	Matecuentos 3 : cuentos con problemas	Nivola Libros
Unidad 1, 2, 3 y 4	Gardner, Martin	El idioma de los espías	RIL
Unidad 1, 2, 3 y 4	Moscovich, Ivan	Imaginación geométrica	La Vasija
Unidad 1, 2, 3 y 4	Sierra i Fabra, Jordi	El asesinato del profesor de matemáticas	Anaya
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Apuntes de matemáticas	Parramón

## ANEXOS

### Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares

Existe un conjunto de instrumentos curriculares que los docentes pueden utilizar de manera conjunta y complementaria con el programa de estudio. Estos pueden ser usados de manera flexible para apoyar el diseño e implementación estrategias didácticas y para evaluar los aprendizajes.

*Orientan sobre la progresión típica de los aprendizajes*

**Mapas de progreso**<sup>10</sup>. Ofrecen un marco global para conocer cómo progresan los aprendizajes clave a lo largo de la escolaridad<sup>11</sup>.

Pueden ser usados, entre otras posibilidades, como un apoyo para abordar la diversidad de aprendizajes que se expresa al interior de un curso, ya que permiten:

- caracterizar los distintos niveles de aprendizaje en los que se encuentran los estudiantes de un curso.
- reconocer de qué manera deben continuar progresando los aprendizajes de los grupos de estudiantes que se encuentran en estos distintos niveles.

*Apoyan el trabajo didáctico en el aula*

**Textos escolares.** Desarrollan los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios para apoyar el trabajo de los alumnos en el aula y fuera de ella, y les entregan explicaciones y actividades para favorecer su aprendizaje y su autoevaluación.

Los docentes pueden enriquecer la implementación del currículum haciendo también uso de los recursos entregados por el Mineduc a través de:

- Los **Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA)** y los materiales impresos, audiovisuales, digitales y concretos entregados a través de éstos.
- El **Programa Enlaces**, y las herramientas tecnológicas que éste ha puesto a disposición de los establecimientos.

<sup>10</sup> En la página web del Ministerio de Educación se encuentra disponible el documento "**Orientaciones para el uso de los Mapas de Progreso del Aprendizaje**" y otros materiales que buscan apoyar el trabajo con los mapas (<http://www.curriculum-mineduc.cl/ayuda/documentos/>).

<sup>11</sup> En una página describen en 7 niveles el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector a lo largo de los 12 años de escolaridad obligatoria. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel I corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de Segundo Básico; el nivel 2 corresponde al término de Cuarto Básico, y así sucesivamente. El nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa para Cuarto Medio, que describe el nivel 6 en cada mapa.

## ANEXO 2: Planificación y evaluación: Orientaciones específicas

### 1. Planificación

#### Planificación anual, por unidad y plan de clase

Se sugiere que la forma de plantear la planificación arriba propuesta sea utilizada tanto en la planificación anual como en la correspondiente a cada unidad y al plan de cada clase.

**La planificación anual:** En este proceso el docente debe distribuir los aprendizajes esperados a lo largo del año escolar considerando su organización por unidades, estimar el tiempo que se requerirá para cada unidad, y priorizar las acciones que conducirán a logros académicos significativos

Para esto el docente debe:

Realizar este proceso considerando una visión realista de los tiempos disponibles durante el año

- Lograr una visión sintética del conjunto de aprendizajes a lograr durante el año, dimensionando el tipo de cambio que se debe observar en los estudiantes. Esto debe desarrollarse a partir de los aprendizajes esperados especificados en los programas. Adicionalmente, los mapas de progreso pueden resultar un apoyo importante.
- Identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes. Esto permitirá desarrollar una idea de las demandas y requerimientos a considerar para cada unidad.
- Sobre la base de esta visión, asignar los tiempos a destinar a cada unidad. Para procurar que esta distribución resulte lo más realista posible se recomienda realizar lo siguiente:
  - Listar días del año, número y horas de clase por semana para estimar el tiempo.
  - Hacer una calendarización tentativa de todo el año de los aprendizajes esperados incluyendo los feriados, y considerando los días de prueba, de repaso, así como la realización de evaluaciones formativas y retroalimentación.
  - Hacer una planificación gruesa de las actividades a partir de la calendarización.
  - Ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planeadas (ver ejemplo en tabla adjunta).

**La planificación de la unidad:** Implica la toma de decisiones más precisas sobre qué enseñar y cómo enseñar, considerando la necesidad de ajustarlas a los tiempos asignados a la unidad.

La planificación de la unidad debiera seguir los siguientes pasos:

Realizar este proceso sin perder de vista la meta de aprendizaje de la unidad

- Especificar la meta de la unidad. Al igual que la planificación anual, esta visión debe sustentarse en los aprendizajes esperados de la unidad, y se recomienda complementarla con los mapas de progreso.
- Crear una evaluación sumativa para la unidad
- Calendarizar los aprendizajes esperados por semana
- Crear una herramienta de diagnóstico de comienzos de la unidad
- Establecer el tipo de actividades de enseñanza que se desarrollarán
- Crear un sistema de seguimiento de los aprendizajes esperados, especificando los tiempos y las herramientas para realizar evaluaciones formativas y realizar retroalimentación.
- Ajustar el plan continuamente ante los requerimientos de los estudiantes.

Procurar que los estudiantes sepan qué y por qué van a aprender, y qué aprendieron y de qué manera

**La planificación de una clase:** Es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con el o los aprendizajes esperados que se busca promover y con la evaluación que se utilizará.

Adicionalmente, se recomienda que en cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre, especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Para cada uno de estos momentos de la clase resulta necesario considerar aspectos como los siguientes:

*Inicio:* En esta fase se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase, es decir, qué se espera que aprendan. A la vez se debe buscar captar el interés de los estudiantes, y que visualicen cómo esto se relaciona la clase con lo que ya saben y con las clases anteriores.

*Desarrollo:* En esta etapa el docente lleva a cabo la actividad contemplada para la clase.

*Cierre:* Esta etapa puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En ella se debe procurar que los estudiantes logren formar una visión sobre qué aprendieron, así como sobre la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para efectos de promover su aprendizaje.

### Ejemplo de una calendarización Anual Matemática 5º año Básico

<b>Marz</b>		<b>May o</b>		<b>Julio</b>					
<b>M 2</b>	Presentación del curso.	<b>M 3</b>	gráficos de barras múltiples.	<b>V 1</b>	Evaluación expresiones algebraicas.	<b>Mi14</b>	Estimación de áreas de superficies planas	<b>Mi1 0</b>	Repaso de los temas vistos en geometría.
<b>Mie 3</b>	Diagnóstico	<b>Mi 4</b>	Escalas y variables.	<b>M 5</b>	Revisión de la evaluación.	<b>J 15</b>	estrategias para estimar áreas y formas de rectángulos .	<b>J 11</b>	Ejercicios adicionales acerca de áreas.
<b>J 4</b>	Lectura de números de más de 6 cifras.	<b>J 5</b>	Construcción de gráficos de línea	<b>Mi 6</b>	Repaso de los temas tratados.	<b>V 16</b>	Calculo de áreas de figuras planas.	<b>V 12</b>	Repaso números naturales, fraccionarios y decimales.
<b>V 5</b>	Escritura de números de más de 6 cifras.	<b>V 6</b>	Construcción de gráficos de barras múltiples	<b>J 7</b>	Repaso de los temas tratados.	<b>M 13</b>	Áreas de triángulos rectángulos.	<b>M 15</b>	Repaso
<b>M 8</b>	Posición de los dígitos	<b>M 10</b>	Gráficos de líneas o barras múltiples.	<b>V 8</b>	Prueba global.	<b>V 16</b>	Ejercitación de áreas rectángulos y triángulos rectángulos.	<b>Mi 16</b>	Repaso
<b>Mie 9</b>	Números naturales.	<b>Mi 11</b>	gráficos de líneas o barras múltiples usando herramientas tecnológicas.	<b>11 a 24</b>	Revisión de la prueba global.	<b>M 20</b>	Evaluación acerca de cálculos de áreas en rectángulos y triángulos rectángulos.	<b>J 17</b>	Repaso
<b>J 10</b>	Números naturales.	<b>J 12</b>	Variables en contexto.	<b>M 26</b>	de fracciones propias, impropias y números mixtos.	<b>Mi21</b>	Revisión de la evaluación.	<b>V 18</b>	Repaso acerca e temas referentes a datos.
<b>V 11</b>	Estimar	<b>V 13</b>	Predicción gráficos de barras y de líneas del comportamiento de variables.	<b>Mi27</b>	Lectura y escritura de decimales positivos.	<b>J 22</b>	Estrategias Cálculo áreas en paralelogramos.	<b>M 15</b>	Repaso acerca e temas referentes a datos.
<b>M 15</b>	Múltiplos.	<b>M 17</b>	Evaluación de la materia tratada referente a datos.	<b>J 28</b>	fracciones propias o impropias y números mixtos en magnitudes.	<b>V 23</b>	Calculo áreas paralelogramos,.	<b>Mi 16</b>	Repaso datos.
<b>Mie 16</b>	MCM.	<b>V 18</b>	Revisión de la evaluación.	<b>V 29</b>	Fraccionamientos a nivel concreto y gráfico.	<b>M 27</b>	Ejercitación acerca de áreas en paralelogramos.	<b>J 17</b>	Repaso probabilidades.
<b>J 17</b>	Divisores.	<b>M 19</b>	Descripción de situaciones de incerteza.	<b>Agos to</b>	Ejemplos números decimales.	<b>Mi2 8</b>	Ejercicios y revisión áreas enparalelogramos.	<b>V 18</b>	Repaso probabilidades.
<b>V 18</b>	MCD.	<b>V 20</b>	Justificación de la probabilidad de ocurrencia	<b>M 2</b>	fracciones y decimales.	<b>J 29</b>	estrategias calculo áreas de triángulos acutángulos.	<b>M 22</b>	Repaso probabilidades.

<b>M 22</b>	Determinar reglas de divisibilidad.	<b>M 24</b>	Comparación y descripción de eventos	<b>Mi 3</b>	Fracciones en números decimales.	<b>V 30</b>	estrategias cálculo de las áreas.	<b>Mi 23</b>	Repaso álgebra.
<b>Mie 23</b>	factores, divisores y múltiplos. Conjeturas	<b>Mi2 5</b>	Ejemplos probabilidad segura, posible, probable o imposible.	<b>J 4</b>	decimales finitos positivos a fracciones.	<b>Oct</b>	Revisión estrategias	<b>J 24</b>	Repaso álgebra.
<b>J 24</b>	Verificar conjeturas	<b>J 26</b>	Repaso a probabilidades.	<b>V 5</b>	Comparar fracciones positivas y decimales positivos.	<b>M 4</b>	Ejercicios triángulos acutángulos.	<b>V 25</b>	Repaso álgebra.
<b>V 25</b>	Dividir Relación .	<b>V 27</b>	Repaso probabilidades.	<b>M 9</b>	Orden de fracciones positivas.	<b>Mi5</b>	Evaluación triángulos acutángulos.	<b>M 29</b>	Resolución de ejercicios prueba de síntesis.
<b>M 29</b>	Evaluación	<b>M 31</b>	Trabajo a probabilidades. Computador	<b>Mi 10</b>	Orden en los decimales positivos.	<b>J 6</b>	Revisión de la evaluación.	<b>Mi 30</b>	Ejercicios para la prueba de síntesis.
<b>Mie 30</b>	Revisión de la evaluación	<b>Juni o</b>		<b>J 11</b>	Resolución de problemas fracciones y decimales.	<b>V 7</b>	triángulo obtusángulo.	<b>Dic</b>	
<b>J 31</b>	Problemas de divisiones.	<b>Mi 1</b>	Actividad grupal acerca de probabilidades de eventos.	<b>V 12</b>	Estimación de cantidades o medidas.	<b>M 11</b>	Trabajo áreas de triángulos obtusángulos.	<b>J 1</b>	ejercicios para la prueba de síntesis.
<b>Abril</b>		<b>J 2</b>		<b>M 16</b>	Resolución de problemas con estimaciones.	<b>Mi1 2</b>	Trabajo calcular áreas de triángulos obtusángulos.	<b>V 2</b>	Prueba de síntesis.
<b>V 1</b>	Estimación resolución de un problema.	<b>V 3</b>	Evaluación probabilidad.	<b>Mi 17</b>	números naturales, fracciones y decimales en la recta numérica.	<b>J 13</b>	Revisión de las estrategias formuladas.	<b>M 6</b>	Revisión prueba de síntesis.
<b>M 5</b>	Composición y descomposición suma y resta	<b>M 7</b>	Revisión de la evaluación.	<b>J 18</b>	fracciones equivalentes	<b>V 14</b>	Justificación de resultados en I problema.	<b>Mi 7</b>	
<b>Mie 6</b>	sumar y restar mentalmente	<b>Mi 8</b>	Introducción al álgebra.	<b>V 19</b>	Justificación de resultados en función del contexto del problema.	<b>M 18</b>	Trabajo grupal áreas en triángulos obtusángulos.	<b>J 8</b>	Feriado
<b>J 7</b>	Calculo mental de adiciones y sustracciones múltiplos de 100 mil millón y aplicación en la resolución de problemas.	<b>J 9</b>	numéricos de expresiones algebraicas.	<b>M 23</b>	Adición y sustracciones de fracciones simplificando fracciones.	<b>Mi1 9</b>	Revisión del trabajo.	<b>V 9</b>	
<b>V 8</b>	Composición y descomposición aditiva de factores para multiplicar números.	<b>V 10</b>	Ejercitación algebraicas y ejercicios propuestos.	<b>Mi24</b>	Adición y sustracción de fracciones mediante factorización prima.	<b>J 20</b>	Concepto de variación.	<b>M 13</b>	
<b>M 12</b>	cálculo mental en que se reemplaza un factor por un cuociente equivalente.	<b>M 14</b>	Revisión de los ejercicios propuestos.	<b>J 25</b>	Calculo de adiciones y sustracciones con decimales , propiedades	<b>V 21</b>	Conjeturas . área de paralelogramos. al variar la medida de lados.	<b>Mi 14</b>	

<b>Mie 13</b>	Calculo mental multiplicaciones y divisiones múltiplos de 100 mil y de un millón resolución de problemas.	<b>Mi 15</b>	Identificación de propiedades en lenguaje simbólico.		de la adición de números naturales.				
<b>J 14</b>	Orden en números naturales de más de 6 cifras.	<b>J 16</b>	Ejercitación acerca de las propiedades identificadas.	<b>V 26</b>	Resolución de problemas adición y sustracción con fracciones positivas.	<b>M 25</b>	Formulación de conjeturas relativas variaciones del área de paralelogramos al variar la medida de lados.	<b>J 15</b>	
<b>V 15</b>	Calculo escrito de multiplicaciones y divisiones números naturales de más de 6 cifras.	<b>V 17</b>	Control acerca de valorización de expresiones algebraicas.	<b>M30</b>	Resolución de problemas adición y sustracción con decimales positivos.	<b>Mi2 6</b>	Trabajo verificación de conjeturas formuladas.	<b>V 16</b>	Cierre del año
<b>M 19</b>	Cálculos utilizando la calculadora.	<b>M 21</b>	Revisión del control.	<b>Mi31</b>	Estimaciones de resultados de operaciones.	<b>J 27</b>	área de un rombo o romboide al variar las medidas de sus diagonales.		
<b>Mie 20</b>	Evaluación acerca de las materias tratadas.	<b>Mi 22</b>	factores numéricos y literales en expresiones algebraicas.	<b>Sept</b>		<b>V 28</b>	área de un rombo o romboide al variar las medidas de sus diagonales.		
<b>J 21</b>	Revisión de la evaluación.	<b>J 23</b>	Escritura, propiedades de las operaciones de los números naturales.	<b>J 1</b>	Justificación de resultados en problema.	<b>Nov</b>			
<b>V 22</b>	Semana Santa	<b>V 24</b>	Conjeturas respecto a la inclusión del cero como factor o divisor.	<b>V 2</b>	Evaluación de fracciones y decimales positivos.	<b>M 1</b>	Feriado		
<b>M 26</b>	Recapitulación de los contenidos tratados.	<b>M 28</b>	Propiedades adición y multiplicación	<b>M 6</b>	Revisión de la evaluación	<b>Mi2</b>	Conjeturas área de triángulos acutángulos y obtusángulos.		
<b>Mie 27</b>	Lectura e interpretación de información a partir de datos organizados en gráficos de línea.	<b>Mi 29</b>	Equivalencia en la escritura de expresiones.	<b>Mi 7</b>	Introducción a la unidad de geometría	<b>J 3</b>	Conjeturas variación del área de triángulos acutángulos y obtusángulos.		
<b>J 28</b>	Lectura e interpretación gráficos de barras múltiples.	<b>J 30</b>	equivalencia de expresiones algebraicas.	<b>J 8</b>	Repaso acerca de temas referentes a áreas tratados en cuarto básico.	<b>V 4</b>	Verificación de las conjeturas formuladas.		
<b>V 29</b>	Comparación n gráficos de línea.			<b>V 9</b>	Unidades de medidas de áreas.	<b>M 8</b>	Evaluación acerca de variaciones de áreas.		
				<b>M 13</b>	Repaso álgebra	<b>Mi9</b>	Revisión de la evaluación.		

(\* Ejemplo válido para todos los niveles, las fechas son referenciales)

## 2. Evaluación

### ¿Cómo diseñar la evaluación?

La evaluación debe diseñarse a partir de los aprendizajes esperados, con el objeto de observar el grado en que éstos son logrados. Para lograr esto se recomienda diseñar la evaluación junto a la planificación y considerar al desarrollarla las siguientes preguntas:

Partir estableciendo los aprendizajes esperados a evaluar

- ¿Cuáles son los aprendizajes esperados del programa que abarcará la evaluación? (Si debe priorizar piense en aquellos aprendizajes que serán duraderos y prerequisites para desarrollar otros aprendizajes. Para esto los mapas de progreso pueden ser de especial utilidad).
- ¿Qué evidencia necesitaría que sus estudiantes exhiban para demostrar que dominan los aprendizajes esperados? (Para esto se recomienda utilizar como apoyo los indicadores de logro que presenta el programa).

... y luego decidir qué se requiere para su evaluación en términos de evidencias, métodos, preguntas y criterios

- ¿Qué método empleará para evaluar? Es recomendable utilizar instrumentos y estrategias de diverso tipo (ej., pruebas escritas, guías de trabajo, informes, ensayos, entrevistas, debates, mapas conceptuales, informes de laboratorio, investigaciones).

En lo posible presentar situaciones que pueden ser resueltas de distintas maneras y con diferente grado de complejidad, para que los diversos estudiantes puedan resolverlas evidenciando sus distintos niveles y estilos de aprendizaje.

- ¿Qué preguntas incluirá en su evaluación? Debe formular preguntas rigurosas y alineadas con los aprendizajes esperados y que permitan demostrar la real comprensión del contenido evaluado.
- ¿Cuáles son los criterios de éxito? ¿Cuáles son las características de una respuesta de alta calidad?  
Esto se puede responder utilizando distintas estrategias, como por ejemplo:
  - Comparar las respuestas de sus estudiantes con las mejores respuestas de otros alumnos de edad similar. Para esto se pueden utilizar los ejemplos presentados en los mapas de progreso.
  - Identificar respuestas de evaluaciones previamente realizadas que expresen el nivel de desempeño esperado, y utilizarlas como modelo para otras evaluaciones realizadas en torno al mismo aprendizaje.
  - Desarrollar rúbricas que indiquen los resultados explícitos para un desempeño específico y muestre los diferentes niveles de calidad para dicho desempeño.



### ANEXO 3: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad

Objetivo Fundamental	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	3	4
1. Establecer estrategias para calcular multiplicaciones y divisiones de números enteros.	x			
2. Utilización estrategias de cálculo que impliquen el uso de potencias de base entera y exponente natural, determinar y aplicar sus propiedades y extenderlas a potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural.	x			
3. Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas.				x
4. Identificar variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional y resolver problemas en diversos contextos que impliquen el uso de la relación de proporcionalidad.				x
5. Caracterizar y efectuar transformaciones isométricas de figuras geométricas planas, reconocer algunas de sus propiedades e identificar situaciones en contextos diversos que corresponden a aplicaciones de dichas transformaciones.		x		
6. Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos, utilizar los conceptos de perímetro de una circunferencia, área del círculo y de la superficie del cilindro y cono, volumen de cilindros y conos rectos, en la resolución de problemas en contextos diversos.		x		
7. Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos y utilizar este tipo de representación para organizar datos provenientes de diversas fuentes.			x	
8. Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, ampliando al caso de datos agrupados en intervalos.			x	
9. Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia en la realización de inferencias, y utilizar medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de una muestra de datos y argumentar acerca de la información que estas medidas entregan.			x	
10. Determinar teóricamente probabilidades de ocurrencia de eventos, en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.			x	
11. Emplear formas simples de modelamiento matemático, verificar proposiciones simples, para casos particulares, y aplicar habilidades básicas del proceso de resolución de problemas en contextos diversos y significativos, evaluar la validez de los resultados obtenidos y el empleo de dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones.	x	x	x	x

## ANEXO 4: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad

Contenidos Mínimos Obligatorios	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	3	4
<b>NÚMEROS:</b>				
1. Empleo de procedimientos de cálculo para multiplicar un número natural por un número entero negativo y extensión de dichos procedimientos a la multiplicación de números enteros.	x			
2. Extensión del algoritmo de la división de los números naturales a la división de números enteros. Discusión y aplicación de dicho algoritmo.	x			
3. Utilización de estrategias de cálculo mental y escrito que impliquen el uso de potencias de base entera y exponente natural, determinación y aplicación de propiedades relativas a la multiplicación y división de potencias que tienen base entera y exponente natural, y extensión a potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural.	x			
4. Resolución de problemas en contextos diversos y significativos que involucren las 4 operaciones aritméticas con números enteros, potencias de base entera, fraccionaria o decimal positiva y exponente natural, enfatizando en el análisis crítico de los procedimientos de resolución y de los resultados obtenidos.	x			
<b>ALGEBRA:</b>				
5. Planteamiento de ecuaciones que representan la relación entre dos variables en situaciones o fenómenos de la vida cotidiana y análisis del comportamiento de dichos fenómenos a través de tablas y gráficos.				x
6. Reconocimiento de funciones en diversos contextos, distinción entre variables dependientes e independientes en ellas e identificación de sus elementos constituyentes: dominio, recorrido, uso e interpretación de la notación de funciones.				x
7. Reconocimiento y representación como una función de las relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre dos variables, en contextos significativos. Comparación con variables relacionadas en forma no proporcional y argumentación acerca de la diferencia con el caso proporcional.				x
8. Análisis de diversas situaciones que representan tanto magnitudes proporcionales como no proporcionales, mediante el uso de software gráfico.				x
9. Resolución de problemas en diversos contextos que impliquen el uso de la relación de proporcionalidad como modelo matemático.				x
<b>GEOMETRÍA:</b>				
10. Realización de traslaciones, reflexiones y rotaciones de figuras geométricas planas a través de construcciones con regla y compás y empleando un procesador geométrico, discusión acerca de las invariantes que se generan al realizar estas transformaciones.		x		
11. Construcción de teselaciones regulares y semirregulares y argumentación acerca de las transformaciones isométricas utilizadas en dichas teselaciones.		x		
12. Caracterización de la circunferencia y el círculo como lugares geométricos y su representación mediante lenguaje conjuntista e identificación de sus elementos: arco, cuerda, secante y tangente.		x		
13. Definición del número pi y su relación con el diámetro y la longitud de una circunferencia. Cálculo de la longitud de una circunferencia y estimación del área del círculo por medio de polígonos regulares inscritos en la circunferencia.		x		
14. Formulación de conjeturas relacionadas con el cálculo del volumen del cilindro y cono; cálculo del área de la superficie del cilindro y cono, y verificación, en casos particulares, mediante el uso de un procesador geométrico.		x		
15. Resolución de problemas en situaciones significativas que		x		

involucran el cálculo de la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la superficie del cilindro, cono y pirámides y el volumen del cilindro y cono.				
<b>DATOS Y AZAR:</b>				
16. Resolución de problemas en los cuales es necesario interpretar información a partir de tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, tomados de diversas fuentes o recolectados mediante experimentos o encuestas.			x	
17. Construcción de tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante herramientas tecnológicas, a partir de diversos contextos y determinación de la media aritmética y moda en estos casos.			x	
18. Discusión respecto de la importancia de tomar muestras al azar en algunos experimentos aleatorios para inferir sobre las características de poblaciones, ejemplificación de casos.			x	
19. Análisis del comportamiento de una muestra de datos, en diversos contextos, usando medidas de tendencia central y argumentación acerca de la información que ellas entregan.			x	
20. Análisis de ejemplos en diversas situaciones donde los resultados son equiprobables, a partir de la simulación de experimentos aleatorios mediante el uso de herramientas tecnológicas.			x	
21. Identificación del conjunto de los resultados posibles en experimentos aleatorios simples (espacio muestral) y de los eventos o sucesos como subconjuntos de aquél, uso del principio multiplicativo para obtener la cardinalidad del espacio muestral y de los sucesos o eventos.			x	
22. Asignación en forma teórica de la probabilidad de ocurrencia de un evento en un experimento aleatorio, con un número finito de resultados posibles y equiprobables, usando el modelo de Laplace.			x	

## ANEXO 5: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)

### Semestre 1:

<b>Aprendizajes Esperados</b>	<b>OF</b>	<b>CMO</b>
<b>Unidad 1: Números y Álgebra</b>		
1. Establecer estrategias para calcular multiplicaciones y divisiones de números enteros.	<b>1</b>	<b>1-2</b>
2. Utilizar estrategias para determinar el valor de potencias de base entera y exponente natural.	<b>2</b>	<b>3</b>
3. Determinar propiedades de multiplicación y división de potencias de base entera y exponente natural.	<b>2</b>	<b>3</b>
4. Verificar que propiedades de potencias de base entera y exponente natural se cumplen en potencias de base fraccionaria positiva, decimal positiva y exponente natural.	<b>2</b>	<b>3</b>
5. Resolver problemas que involucren las operaciones con números enteros y las potencias de base entera, fraccionaria o decimal positiva y exponente natural.	<b>1-2-11</b>	<b>1-2-3-4</b>
<b>Unidad 2: Geometría</b>		
1. Caracterizar transformaciones isométricas de figuras planas y reconocerlas en diversas situaciones y contextos.	<b>5</b>	<b>10</b>
2. Reconocer algunas propiedades de las transformaciones isométricas.	<b>5</b>	<b>10</b>
3. Construir transformaciones isométricas de figuras geométricas planas utilizando regla y compás o procesadores geométricos.	<b>5</b>	<b>10</b>
4. Teselar el plano con polígonos regulares utilizando regla y compás o procesadores geométricos.	<b>5</b>	<b>11</b>
5. Utilizar las transformaciones isométricas como herramienta para realizar teselaciones regulares y teselaciones semirregulares.	<b>5</b>	<b>11</b>
6. Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.	<b>6</b>	<b>12</b>
7. Calcular el perímetro de circunferencias y de arcos de ellas.	<b>6</b>	<b>13</b>
8. Calcular el área del círculo y de sectores de él.	<b>6</b>	<b>13</b>
9. Calcular medidas de superficies de cilindros, conos y pirámides utilizando fórmulas.	<b>6</b>	<b>14</b>
10. Calcular volúmenes de cilindros y conos utilizando fórmulas.	<b>6</b>	<b>14</b>
11. Resolver problemas en contextos diversos relativos a cálculos de: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Perímetros de circunferencias y áreas de círculos.</li> <li>- Áreas de superficies de cilindros, conos y pirámides.</li> <li>- Volúmenes de cilindros y conos.</li> </ul>	<b>6-11</b>	<b>13-14-15</b>

## Semestre 2

<b>Aprendizajes Esperados</b>	<b>OF</b>	<b>CMO</b>
<b>Unidad 3: Datos y Azar</b>		
1. Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.	<b>7</b>	<b>16</b>
2. Representar datos, provenientes de diversas fuentes, en tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.	<b>7</b>	<b>17</b>
3. Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.	<b>8</b>	<b>17-19</b>
4. Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia en la realización de inferencias.	<b>9</b>	<b>18-19</b>
5. Asignar probabilidades teóricamente a la ocurrencia de eventos, en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables, y contrastarlas con resultados experimentales.	<b>10</b>	<b>20-21-22</b>
<b>Unidad 4: Álgebra</b>		
1. Plantear ecuaciones que representan la relación entre dos variables en diversos contextos.	<b>4</b>	<b>5</b>
2. Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas.	<b>3</b>	<b>6</b>
3. Identificar variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional.	<b>4</b>	<b>7</b>
4. Analizar mediante el uso de software gráficos situaciones de proporcionalidad.	<b>4</b>	<b>8</b>
5. Resolver problemas en diversos contextos que implique proporcionalidad directa y problemas que implique proporcionalidad inversa.	<b>4</b>	<b>9</b>