PROBLEMA ESTÁNDAR DE PROGRAMACIÓN LINEAL (P.L)

Supóngase que existe cualquier número (*m*) de recursos limitados de cualquier tipo, que se pueden asignar entre cualquier número (*n*) de actividades competitivas de cualquier clase. Etiquétense los recursos con números (1, 2, ..., *m*) al igual que las actividades (1, 2, ..., *n*). Sea x_j (una variable de decisión) el nivel de la actividad *j*, para *j* = 1, 2, ..., *n*, y sea **Z** la medida de efectividad global seleccionada. Sea c_j el incremento que resulta en **Z** por cada incremento unitario en x_j (para *j* = 1, 2, ..., *n*). Ahora sea b_i la cantidad disponible del recurso *i* (para *i* = 1, 2, ..., *m*). Por último defínase a_{ij} como la cantidad de recurso *i* que consume cada unidad de la actividad *j* (para *i* = 1, 2, ..., *m* y *j* = 1, 2, ..., *n*). Se puede formular el modelo matemático para el problema general de asignar recursos y actividades. En particular, este modelo consiste en elegir valores de $x_1, x_2, ..., x_n$ para:

$$\text{Maximizar} \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n,$$

sujeto a las restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m$$
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0,..., \quad x_3 \geq 0$$

En forma matricial:

$$Max\, Z = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Sujeta a

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

En forma abreviada tenemos:

Maximizar $\quad Z = CX$

Sujeta a $\quad AX \leq B$

$\quad x_j \geq 0, \;\; j = 1,2, \dots, n$

Donde

X: es la matriz de variables de decisión.

C: es la matriz de coeficientes de cada variable

A: es la matriz tecnológica (requerimientos de insumos por unidad)

B: es la matriz de recursos disponibles (o demanda)

Conceptos básicos de programación lineal

Función objetivo: Expresión matemática que sirve para representar el criterio destinado a evaluar en la resolución de problemas. Es por tanto, una función lineal que debe maximizarse o minimizarse.

Restricciones: Limitaciones que se imponen a un problema.

Restricciones de no negatividad: conjunto de restricciones que exigen que todas las variables sean positivas.

Variables de decisión: cantidades desconocidas que deben determinarse para solucionar un problema de decisión.

Región factible: es el conjunto de todos los puntos del plano cartesiano que satisfacen todas las restricciones del problema de programación lineal.

Tipos de solución

Solución factible: es un vector X que satisface el conjunto de restricciones.

Solución no factible: Solución que infringe una o más restricciones.

Solución óptima: Es una solución factible que maximiza o minimiza el valor de la función objetivo.

Solución degenerada: Aquella en la cual no se incluye por lo menos una variable de decisión.

Solución no acotada: la solución se presenta en el infinito.