

NECESIDADES, REPRESENTACIONES Y USOS DEL CERO A TRAVÉS DE LA HISTORIA

PAOLA DONOSO, ENCARNACIÓN CASTRO

Universidad de Granada (España)

En este trabajo se recoge la histórica del cero como elemento del sistema de numeración decimal. Se pone de manifiesto que la introducción del cero en dicho sistema, además de producirse más tardíamente que cualquiera de los otros números, fue a su vez muy controvertida lo que podría explicar, en cierta medida, la dificultad que presenta el cero en el aprendizaje tanto del sistema de numeración como en sus aplicaciones. Por otra parte, se ponen de manifiesto las interpretaciones que algunos autores hicieron del comportamiento del cero al operarlo con los otros números, debido a su especificidad.

A continuación, presentamos antecedentes históricos y antropológicos sobre el origen del cero, comenzando por la invención de los números y los sistemas de numeración. Luego, se presentan antecedentes de su presencia en Mesopotamia, en Mesoamérica, y en Europa.

Estudios antropológicos han puesto de manifiesto que el cero surgió de forma independiente en lugares tan alejados como Mesopotamia y Mesoamérica, si bien, es posible, que las motivaciones que dan lugar a dicha aparición, en ambas civilizaciones, fuesen diferentes. En el primer caso sería una motivación centrada en la contabilidad, en el segundo caso se trataría de motivaciones de tipo astronómico y religioso.

LOS NÚMEROS, UNA NECESIDAD DEL HOMBRE

Los números aparecen, originariamente, como una necesidad en la vida de las personas. La necesidad de cuantificar colecciones de objetos parece ser la necesidad más perentoria con la que se pudieron encontrar. Por medio de los dedos de las manos podían contabilizar colecciones de hasta diez elementos, y usando los dedos de manos y pies podían remontarse hasta veinte. Cuando el uso de los dedos resultaba inadecuado, se podían utilizar pequeños montones de piedras para materializar, mediante una correspondencia biunívoca, los elementos de una colección. Posiblemente cuando el hombre primitivo empleara este sistema de modelizar las cantidades de objetos, amontonara las piedras por grupos de cinco, debido a que antes se había familiarizado con los quintuplos de objetos por observación de su propia mano o pie, y dado que los montones de piedras constituyen un mecanismo demasiado efímero para conservar la información, es de suponer que dichas personas de la prehistoria registraran las cantidades de objetos haciendo muescas en un palo o en un trozo de hueso (Asimov, 1984; Asimov, 2005; Boyer 1986; Corbalán, 2003; Guedj, 1998; Stewart, 2008). Ésta es la primera forma de representar cantidades de objetos que se conoce y constituye el origen de los signos numéricos cuando actúan como cuantificadores de colecciones de objetos. Paulatinamente se van produciendo otros registros más elaborados para dichas cantidades.

Los números, en sus inicios y durante largo tiempo, están ligados a algo concreto, (seis caballos, tres rinocerontes) han de pasar siglos para que adquieran su carácter abstracto (“seis”, “tres”) que permite hablar de ellos como entes con existencia propia. Tal abstracción hace posible la consideración del cero y el operar con ellos.

A medida que las colecciones de objetos que se manejan se hacen más amplias, es dificultoso poder abordarlas con objetos reales, lo que hace necesaria la invención de un sistema que permita su manejo de manera más sencilla. Para suplir esta necesidad, surgen los sistemas de numeración. Un sistema de numeración se compone de unos elementos y unas reglas mediante las cuales es posible obtener todos los números del sistema. Tanto los elementos como las reglas son finitas, los números posibles de obtener son infinitos (Castro, Castro y Rico, 2002)

DE MESOPOTAMIA A LA INDIA

En Mesopotamia, "tierra entre ríos", situada entre el Tigris y Éufrates florecieron las primeras civilizaciones humanas. Alrededor de 3.500 años antes de Cristo comenzaron a dejar sus rastros los pueblos sumerios, acadios, asirios y babilónicos, pueblos que llegaron a conocer la escritura y las matemáticas (O'Connor y Robertson, 2000). Han sobrevivido textos numéricos originales de la época cuyo estudio hace pensar que dispusieron de un sistema numérico posicional (Boyer, 1986) sin cero durante 1000 años (O'Connor y Robertson, 2000). Escribían las distintas cifras que representaban las diferentes unidades por medio de espigas verticales u horizontales y comenzaron a dejar una columna en blanco entre dos grupos de signos cuneiformes, con la función de marcador de posición que hoy tiene asignada el cero (Capanna, 2001; Cataño, 2007; O'Connor y Robertson, 2000; Stewart, 2008). Esto hace difícil, al leer sus escritos, discernir en la representación de un número si se refieren a 36 o a 306, por ejemplo.

Fue alrededor de 400 años a.C. cuando los escribas babilonios concibieron un signo que se representaba como una doble espiga inclinada. Era el signo de separación en la escritura de los números, distinguiendo así números como 36 y 306 señalados anteriormente. Este símbolo para denotar un espacio vacío, no fue el único que se utilizó. En una tabla datada en 700 a.C. se usan tres ganchos para esta misma idea y en otras de la misma época un solo gancho (O'Connor y Robertson, 2000). Si bien es cierto que diferentes marcas se usaron para denotar una posición que quedaba vacía, también lo es que dichas marcas estaban siempre entre dos cifras, nunca como final de un número (lo que sería el lugar de las unidades). Se puede interpretar esto como que el primer uso que se hace del cero es como signo de puntuación para denotar un espacio vacío, para dar a los números una interpretación correcta, y no es un uso del cero como número.

Cuando la expedición de Alejandro Magno conquistó Babilonia en el año 331 a de C., los griegos comenzaron a utilizar el cero, que ya comienza a aparecer en los papiros astronómicos con la figura de un círculo. Los antiguos griegos comenzaron sus contribuciones a las matemáticas sobre la época en la que el cero como indicador de posición vacía empezaba a usarse por los matemáticos babilonios. Pero este pueblo, que no adoptó un sistema numérico posicional, no necesitaba usar el cero. Fueron los matemáticos griegos interesados por la astronomía, los que utilizaron el símbolo O en los registros de datos astronómicos. La prueba más antigua de su presencia en la cultura

griega es una tablilla del año 876 donde “270” aparece escrito como “27^o” (Capanna, 2001; Corsaria, 2006; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 2001; Stewart, 2008).

Ptolomeo en el *Almagesto* escrito alrededor del 130 d.C. usó el sistema babilonio sexagesimal junto con O, parámetro de vacío. En esta época Ptolomeo usaba el símbolo O tanto entre dígitos como al final del número. Pero no todos los astrónomos griegos le secundaron, sólo unos pocos, excepcionalmente, usaron la notación que cayó en desuso varias veces antes de establecerse finalmente (Iohannes, 2007; O'Connor y Robertson, 2000).

En la comitiva de Alejandro Magno, además de soldados había intelectuales, con ellos el cero viajó a la India y allí permaneció durante varios siglos. Alrededor del año 560 d.C. el uso del cero entró en la matemática india. Los indios usaron un sistema de numeración posicional y el cero se usaba para denotar un lugar vacío (Capanna, 2001; Corsaria 2006).

En el 500 d.C. Aryabhata crea un sistema numérico que no tenía cero y era un sistema posicional. Usó la palabra "kha" para la posición cero y posteriormente el mismo cero adoptaría ese nombre (O'Connor y Robertson, 2000; Iohannes, 2007; Pinedo, 2001). Aryabhata afirma que “de un lugar a otro, cada uno es diez veces el que le precede” (Pinedo, 2001, p. 8), hay una clara indicación de que en su mente estaba de una manera consciente la aplicación del principio posicional (Iohannes, 2007).

Existen registros de la idea de valor local o posicional en el año 449, no obstante, la primera aparición indudable del cero en la India es una inscripción del año 876 (Capanna, 2001; Cataño, 2007; Corsaria 2006; O'Connor y Robertson, 2000; Iohannes, 2007; Stewart, 2008), es decir, más de dos siglos después de la primera referencia que se conoce de los otros nueve números. Con la introducción del décimo número en el sistema de notación hindú para representar el cero en la forma de un redondo huevo de oca, quedaba completo el moderno sistema de numeración para los números enteros (Capanna, 2001; O'Connor y Robertson, 2000).

Después de prosperar en la India, el cero volvió a Bagdad integrado en el sistema de numeración de los indios, allá por el año 773, ya que el trabajo de los matemáticos indios fue transmitido a los matemáticos árabes y, a través de la España morisca, se transmitió al resto de Europa (Capanna, 2001).

Cuando se adopta el cero como número, surgen numerosos problemas relacionados con su comportamiento en las operaciones aritméticas, suma, resta, multiplicación y

división a los que los matemáticos indios Brahmagupta, Mahavira y Bhaskara intentaron dar respuesta en sus libros (Stewart, 2008).

Brahmagupta (598-660), matemático y astrónomo hindú, intentó dar reglas para la aritmética teniendo en cuenta el cero y los números negativos en el siglo VII. Explicó que dado un número si lo restas a sí mismo obtienes el cero.

Para la multiplicación Brahmagupta dice que cualquier número multiplicado por cero es cero, pero tiene dificultades con la división:

Un número positivo o negativo cuando es dividido por cero es una fracción con cero como denominador. Cero dividido por un número positivo o negativo es ó cero expresado ó expresado como fracción el cero como numerador y una cantidad finita como denominador. Cero dividido por cero es cero". (Pinedo, 2001, p.10)

Brahmagupta, fue la primera persona (que se sepa) que intentó extender la aritmética a los números negativos y al cero (Cataño, 2007; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 2001).

En 830, Mahavira (800–870) afirma que: *...un número multiplicado por cero es cero, y un número permanece igual si se le resta cero.* Sin embargo, sus intentos de mejorar las afirmaciones de Brahmagupta sobre la división por cero le llevan a error. Escribe: *Un número permanece sin cambio cuando es dividido por cero.* (Cataño, 2007; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 2001).

Bhaskara (1114- 1185) escribió unos 500 años después de Brahmagupta. A pesar del paso del tiempo aún sigue con problemas para explicar la división por cero. Escribe:

Una cantidad dividida por cero se convierte en una fracción cuyo denominador es igual a cero. Esta fracción tiene como valor una cantidad infinita. En esta cantidad en la cual cero es el divisor, no hay alteración aunque se sumen o se resten muchos. (Pinedo, 2001, p.11)

Los matemáticos indios no podían llegar al punto de admitir que no se puede dividir por cero. Bhaskara hizo otra afirmación correcta sobre las propiedades del cero, como que $0^2 = 0$ y que $\sqrt{0} = 0$ (Cataño, 2007; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 2001).

Estas ideas se dispersaron hacia el Este, a China, así como al Oeste a los países Islámicos.

INTRODUCCIÓN EN EUROPA

Una de las personas que importaron las nuevas ideas numéricas a Europa fue Leonardo de Pisa (Fibonacci) que en su obra *Liber Abaci* describe los nueve símbolos indios junto con el signo 0, alrededor del año 1200, pero no fue usado hasta mucho tiempo después. Fibonacci se refiere al cero como la “marca” 0, en cambio a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, los llama números. Los números empiezan a conocerse como arábigos y los cálculos que con ellos se hacían, algoritmos. Para el siglo XV, la introducción de los números arábigos era total (Capanna, 2001; Corsaria, 2006; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 200; Stewart, 2008).

Según Denis Guedj (1999), *Sunya* es el nombre de la marca del vacío en lengua india; y la primera representación del cero fue un pequeño círculo, *Sunya*, el vacío. Cuando se traduce al árabe se convierte en *sifr*, y posteriormente en latín será, *zephirum*, que produjo *zephiro*, *cero*. Por su parte, el vacío es una categoría especial, muy difícil de localizar. En la creación del cero como cifra, significa designar el lugar vacío en una columna por medio de un signo, este hecho exige pasar de la negación a la afirmación, atreverse a significar una ausencia por medio de una presencia, actuación que llevó mucho tiempo y necesitó de un cambio de mentalidad.

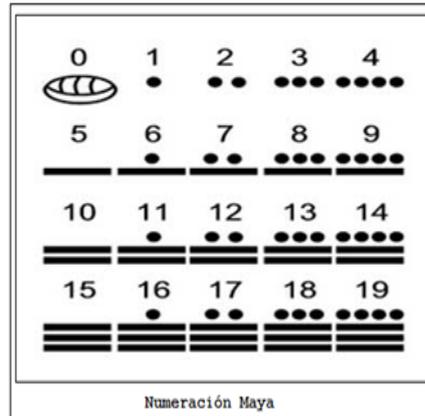
Las primeras civilizaciones necesitaron un tiempo largo para concebir el cero como número, una razón era filosófica: ¿cómo puede cero ser un número cuando un número es una cantidad de cosas? ¿Es nada una cantidad? (Stewart, 2008). Por lo que a la "nada" se refiere, se hace partícipe de la categoría de la existencia. La creación del cero número realiza una síntesis de ambas categorías y lleva a cabo una radical transformación del estatuto del número. "No hay nada" se convierte, con él, en "hay nada". Paso de la lógica a la aritmética, del cero lógico al cero matemático que es un "valor". El trayecto que permitió pasar de "no hay" a "hay cero" constituye una etapa fundamental en la historia del pensamiento. ¿Cuánto? ¡Cero! (Guedj, 1999).

EL CERO EN LOS MAYAS

Todo lo anterior sucedió en el viejo mundo: Asia, África y Europa entre los años 300 a C. y 1600 d C. Pero también en América, existen registros de la presencia del cero, específicamente en la cultura de los Mayas. Es probable que la invención del cero pudiese deberse a los olmecas, una civilización anterior a los mayas ubicada en los

actuales estados de Tabasco y Veracruz. Desgraciadamente su descubrimiento no pasó a otras culturas más allá de los mayas. Los Mayas vivieron en Mesoamérica, ocupando el área que hoy es el Sur de México, Guatemala y el norte de Belice. Fueron una civilización que surgió entre el 250 y el 900 aproximadamente. Los mayas en su obsesión por contar y contabilizar el tiempo descubrieron el cero. Contaban con varios calendarios distintos. El calendario cósmico, un calendario civil con 360 días y 5 fechas «fantasmas» y un tercer calendario con un año de 260 días. El cuarto era el ciclo diabólico de los Señores de la Noche. Para otras cosas se usaba un calendario lunar, otro con el ciclo sinódico de Venus y hasta uno de Mercurio. El problema surgía con los cruces de estos calendarios (cinco años del calendario de Venus eran 8 del civil, y 405 lunaciones eran 46 años del calendario Tzolkin) pues existía el peligro de que en cualquiera de esas intersecciones de calendarios se acabara el tiempo, por lo que había que exorcizarlas, aquí es donde aparece el cero (Capanna, 2001; Cataño, 2007; Corsaria, 2006; Guedj, 1999; Iohannes, 2007; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 2001). Los Señores de la Noche eran acaudillados por la Muerte, llamada Cero. Todos los años se organizaba una pelea a muerte entre dos campeones, uno de los cuales hacía de Cero. El Cero siempre tenía que perder. Si no lo hacía lo tiraban por una escalinata, para que el mundo siguiera andando.

Los astrónomos mayas desarrollaron, durante el primer milenio de nuestra era, un sistema de numeración de posición de base 20, en la que los números son representados por conjuntos de puntos y trazos (Capanna, 2001). Un signo gráfico particular, un óvalo horizontal, que representa una concha de caracol, un glifo, desempeña el papel de signo separador eficaz y permite una escritura sin ambigüedad de los números (ver Figura 1). Aunque no tiene carácter operatorio, ni siquiera se le considera un número, no deja de ser un notable invento (Capanna, 2001; Cataño, 2007; Corsaria, 2006; Guedj, 1999; Iohannes, 2007; O'Connor y Robertson, 2000; Pinedo, 2001; Stewart, 2008).



Fuente: Corsaria, 2006

Figura 1. Numeración Maya

Se sabe que sobre el 665, usaron un sistema numérico de valor posicional de base 20 con un símbolo para el cero. El cero estaba en uso antes de que lo introdujesen en el sistema numérico de valor posicional. Esto es un enorme éxito, pero lamentablemente no influenciaron a otras culturas. (Cataño, 2007; Capanna, 2001).

Para los Mayas, el cero significaba ausencia. En las cronologías, los números se representaban, como barras y puntos pero el cero era como una caracola, semejante a una pelota de rugby; un rostro preocupado que se acariciaba el mentón; un hombre tatuado con la cabeza echada hacia atrás. *“En el cero Maya se une la cualidad de ausencia de unidades y la de señalar que un período, una fecha ó una cantidad se completa”* (Tonda y Noreña, 1994, citado en Cataño, 2007, p. 21).

RESUMEN DE LA GÉNESIS Y DESARROLLO DEL CERO

La historia del cero muestra que tanto en Mesoamérica como en Mesopotamia este número surge para suplir una necesidad social y cultural, si bien las necesidades fueron diferentes entre ambas civilizaciones. Los Mayas en Mesoamérica lo necesitaron para completar sus calendarios, y a su vez lo utilizaron en ceremonias religiosas. Le atribuían al cero el significado de término de un tiempo y comienzo de otro, concepción que no perduró. En cambio, en Mesopotamia surge para suplir una necesidad de contabilidad, y su creación perduró hasta nuestros días. El cero que completó el sistema decimal que conocemos, nació entre los sumerios, en principio para resolver dificultades de representación de los números, y posteriormente fue imprescindible en la realización de cálculos. Más tarde se apropiaron de él los griegos de Alejandro Magno, de paso por

Babilonia. Los griegos lo llevaron a la India. De allí lo tomaron los árabes, que se lo transmitieron a los mercaderes italianos, y éstos lo difundieron en toda Europa donde se extendió entre los siglos XV y XVI.

Inicialmente el cero surge como un signo de puntuación, con objeto de proporcionar a los números una interpretación correcta, y sólo se registraba entre otros dígitos. Con el tiempo, esta “marca” se utilizó tanto entre dos dígitos como al final de un número, si bien no era considerado como un número sino como cifra que indicaba la ausencia de cantidad de un orden determinado. De esta manera, era un marcador de posición en una notación de base posicional. Finalmente, llegó a ser considerado un número con funciones de presencia de posición y ausencia de cantidad en cualquier sistema de numeración.

El sistema de numeración decimal se completó con la aparición del cero, por tanto, es necesario que los escolares se familiaricen con las especificidades de este número. El cero es un número que se comporta de manera atípica en comparación con el resto de los números, provocando que muchos alumnos generalicen las propiedades de los números al cero, causando serios errores en la conceptualización del mismo; lo que impide que el sistema de numeración decimal sea aprendido en forma correcta, por tal razón, es fundamental considerar su origen al momento de ser enseñado en el aula.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto SEJ2006-09056 “Representaciones, nuevas tecnologías, construcción de significados en Educación Matemática” financiado por el Plan Nacional de I+D+I de Ministerio de Educación y Ciencia y cofinanciado con fondos FEDER de la Comunidad Europea

REFERENCIAS

- Asimov, I. (1984). *Cómo descubrimos los números*. Barcelona: Editorial Molino.
- Asimov, I. (2005). *De los números y su historia*. Buenos Aires: El Ateneo.
- Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Castro, E., Castro E. y Rico L. (2002). Lenguaje natural y aprendizajes numéricos elementales. En TADEA seu LIBER de AMICITIA. Granada: Universidad de Granada.

- Capanna, P. (2001). *El cero y la nada*. Disponible en <http://www.geocities.com/juegosdeingenio/lecturas/cero.htm>, descargado el 18 Marzo, 2009, de 2009.
- Cataño, A. (2007). *Estudio didáctico del cero*. Tesis para optar al grado de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional, México D. F., México. Disponible en http://itzamna.bnct.ipn.mx:8080/dspace/bitstream/123456789/122/1/Catano_2007.pdf, descargado el 18 Mayo, 2009,
- Corbalán, F. (2003). Nuestro sistema de numeración. En F. Corbalán (Ed.), *La Matemática aplicada a la vida cotidiana* (pp 15-29). Barcelona: Editorial Graó.
- Corsaria. (2006). *Historia del Cero*. Disponible en <http://corsaria.zonalibre.org/archives/099558.html>, descargado el 1 agosto, 2009.
- Guedj, D. (1998). *El imperio de las cifras y los números*. Barcelona: Ediciones B. S. A.
- Guedj, D. (1999, Agosto 31). *Una pequeña historia del cero*. El nuevo diario. El diario de los Nicaragüenses. Disponible en <http://archivo.elnuevodiario.com.ni/1999/agosto/31-agosto->, descargado el 1 agosto, 2009, de 1999/martes/martes3.html
- Iohannes, D. (2007, Marzo 18). *El cero (historia)*. Disponible en <http://lanaveargos.blogspot.com/2007/03/el-cero-historia.html>, descargado el 1 agosto, 2009.
- O'Connor J. y Robertson, E. (2000). *Historia del cero*. Disponible en http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo_3472_historia_del_cero.htm, extraído el 18 Marzo, 2009.
- Pinedo, Ch. (2001). *El cero a través del tiempo*. Disponible en <http://br.geocities.com/christianjqp/publicacoes1.htm>, descargado el 20 de abril, 2009.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10.000 años*. Barcelona: Crítica.