**Fascio generato da due circonferenze**

Siano

γ1 : x2+y2+ax+by+c=0

γ2 : x2+y2+a’x+ b’y+ c’=0

due circonferenze che assumiamo come generatrici del fascio. nell’ipotesi che esse non siano concentriche (a$\ne $a’ e b$\ne $b’), sottraendo membro a membro le loro equazioni si ha l’equazione del loro asse radicale:

(a-a’)x+ (b-b’)y+ c-c’=0

La combinazione lineare delle equazioni delle due generatrici è :

**x2+y2+ax+by+c+k(x2+y2+a’x+ b’y+ c’)=0** (1)

con k un parametro reale.

La (1) è **l’equazione del fascio di circonferenze generato da γ1 e γ2** .

Questa equazione può essere scritta nella forma

(k+1)x2+(k+1)y2+(a’k+a)x+(b’k+b)y+c’k+c=0

o per k$\ne $-1 nella forma canonica dell’equazione di una circonferenza

$x^{2}+y^{2}+\frac{a^{'}k+a}{k+1}x+\frac{b^{'}k+b}{k+1}$y+$\frac{c^{'}k+c}{k+1}=0$

* Se k=0 otteniamo la prima generatrice γ1 . La seconda generatrice γ2, pur appartenendo al fascio, non si ottiene dalla (1) per alcun valore del parametro.
* Se nella (1) si pone $k=\frac{k\_{1}}{k\_{2}}$ e si scrive l’equazione nella forma

k2(x2+y2+ax+by+c)+k1(x2+y2+a’x+ b’y+ c’)=0

 allora tale equazione rappresenta tutte le circonferenze del fascio, compresa la seconda

 generatrice( k1$\ne $0 e k2=0).

* Gli eventuali punti comuni alle due generatrici sono i **punti base del fascio**. L’asse radicale delle due generatrici, che esiste se esse non sono concentriche, è **l’asse radicale del fascio** . La sua equazione (a-a’)x+ (b-b’)y+ c-c’=0

si ottiene dalla (1) per k=-1

OSSERVAZIONE: L’asse radicale di un fascio di circonferenze si può considerare una circonferenza degenere del fascio, di raggio infinito .

**Caratteristiche di un fascio di circonferenze**

Le caratteristiche di un fascio dipendono dalla posizione reciproca delle generatrici

* Se le generatrici sono secanti e si intersecano in due punti A e B, allora tutte le circonferenze del fascio passano per i due punti base A e B (punti fissi) che appartengono all’asse radicale (circonferenza degenere).



* Se le generatrici sono tangenti in un punto T e se t è la tangente comune, allora tutte le circonferenze del fascio passano per l’ **unico punto base T** (punto fisso, che è un punto base doppio) e sono tangenti in tale punto alla retta t, che è l’asse radicale del fascio.

Il fascio contiene due circonferenze degeneri: l’asse radicale t del fascio e la circonferenza di raggio nullo degenere nel suo centro T.



* Se le generatrici non hanno punti comuni e non sono concentriche, il fascio non ha punti base e due qualsiasi circonferenze del fascio non hanno punti in comune. Il fascio contiene, come circonferenza degenere, l’asse radicale del fascio. Tale retta non interseca alcuna circonferenza del fascio.



* Se le generatrici sono concentriche, il fascio è costituito da circonferenze concentriche alle due generatrici , non contiene circonferenze degeneri e l’asse radicale non esiste

