Esercizio sulla determinazione dell’equazione di una circonferenza.

* Scrivere l’equazione della circonferenza *C*  che passa per i punti A( 4,2) e B( -2, 0) ed ha il centro sulla retta di equazione 2x-y-11=0.

Metodo geometrico

Osserviamo la figura .

Il segmento AB è una corda della circonferenza e il suo asse, la retta b, passa per il centro C della circonferenza . Ricavando tale equazione che risulta 3x+y-4=0, ed andandola ad intersecare con la retta 2x-y-11=0, si otterranno le coordinate del centro .

$\left\{\begin{matrix}3x+y-4=0\\2x-y-11=0\end{matrix}\right.$ $\rightarrow $ $\left\{\begin{matrix}x=+3\\y=-5\end{matrix}\right.$ $\rightarrow $ C(+3,-5)

il raggio della circonferenza è $\overbar{CA}=\overbar{CB}$ $\rightarrow $ r=$\overbar{CB}$ $\rightarrow $ $\sqrt{\left(3+2\right)^{2}+\left(-5-0\right)^{2}}=\sqrt{25+25}=5\sqrt{2}$ .

L’equazione è pertanto (x-3)2+(y+5)2=50 che in forma canonica risulta x2+y2-6x+10y-16=0

Metodo algebrico

Scriviamo l’ equazione canonica di una circonferenza x2+y2+ax+by+c=0. Ricerchiamo tre relazioni nei parametri a, b, c.

* La circonferenza deve passare per il punto A(4, 2) e quindi le coordinate del punto devono verificare l’equazione:

A $\in $ *C* $\rightarrow $ 42+22+a$∙$4+b$∙$2+c=0 $\rightarrow $ 4a+2b+c+20=0

* La circonferenza deve passare per il punto B(-2, 0) e quindi le coordinate del punto devono verificare l’equazione:

B $\in $ *C* $\rightarrow $ (-2)2+02+a$∙$(-2)+b$∙$0+c=0 $\rightarrow $ -2a+c+4=0

* Il centro C ($-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ della circonferenza deve appartenere alla retta di equazione 2x-y-11=0 e quindi le sue coordinate verificano l’equazione $\rightarrow $ $2∙\left(-\frac{a}{2}\right)-\left(-\frac{b}{2}\right)-11=0$ $\rightarrow $ -2a+b-22=0.

 Mettendo a sistema le tre relazioni trovate $\left\{\begin{matrix}4a+2b+c+20=0\\-2a+c+4=0\\-2a+b-22=0\end{matrix}\right.$ e risolvendo si ottiene $\left\{\begin{matrix}a=-6\\b=10\\c=-16\end{matrix}\right.$

e quindi l’ equazione di *C* è x2+y2-6x+10y-16=0 cioè la stessa trovata con il metodo geometrico !