

Dimostrazione dell'equazione della circonferenza in forma canonica

Riprendendo l'equazione $(x-x_0)^2-(y-y_0)^2=r^2$ e sviluppando i quadrati si ottiene:

$$x^2-2xx_0+x_0^2+y^2-2yy_0+y_0^2=r^2$$

ordinando i termini

$$x^2+y^2-2xx_0-2yy_0+x_0^2+y_0^2-r^2=0$$

e ponendo (1) $a=-2x_0$,

$$(2) b=-2y_0,$$

$$(3) c=x_0^2+y_0^2-r^2$$

si ottiene l'equazione della circonferenza in forma canonica (o forma normale)

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

il cui centro è il punto C che ha le coordinate ricavabili dalle relazioni (1) e (2) $(x_0=-\frac{a}{2}, y_0=-\frac{b}{2})$ e il raggio

r che si ricava dalla relazione (3) $r^2=x_0^2+y_0^2-c \rightarrow r=\sqrt{x_0^2+y_0^2-c} \rightarrow r=\sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2-c}$

purché sia rispettata la condizione $\left(-\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2-c > 0$.