**Dimostrazione** **dell’equazione canonica dell’iperbole con fuochi sull’asse x.**

![\includegraphics[width=9cm,height=7.5cm]{i-l_geom}]()

Denotiamo con F ed F' rispettivamente, i due fuochi. Fissiamo un sistema cartesiano (OXY) tale che l'asse x passi per i punti F' ed F e l'origine sia il punto medio del segmento FF'. Allora i due fuochi avranno coordinate (±c,0). Il punto P(x,y) verifica la condizione d(P,F)-d(P,F')=2° se e solo se



da cui segue



elevando al quadrato entrambi i membri dell’uguaglianza



sviluppando i quadrati di binomio e semplificando



isolando ancora la radice



elevando di nuovo al quadrato entrambi i membri dell’uguaglianza



raccogliendo parzialmente



si arriva infine all'identità

|  |  |
| --- | --- |
| \begin{displaymath} \frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{(c^{2}-a^{2})}=1. \end{displaymath} | (1) |

Adesso consideriamo il triangolo FF'P (con F ed F' i fuochi e P il punto sull'iperbole).
Poiché in un triangolo la differenza, in valore assoluto, tra due lati è minore del terzo abbiamo



cioè 2c>2a da cui c>a . Possiamo allora porre b2=c2-a2, e la (1) rappresenta l'equazione canonica dell'iperbole.

$$\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1$$