Esercizio sulla funzione omografica

Disegniamo il grafico dell'iperbole equilatera di equazione y= $\frac{6x+1}{2x-4}$ individuandone le caratteristiche geometriche .

L'equazione y= $\frac{6x+1}{2x-4}$ è quella della funzione omografica y= $\frac{ax+b}{cx+d}$, che rappresenta un'iperbole equilatera avente gli asintoti x= $-\frac{d}{c}$ e y= $\frac{a}{c}$ in quanto dalla verifica delle condizioni c$\neq 0$ e ad-bc$\neq 0$. Nel nostro caso le equazioni degli asintoti sono x=2 e y= 3. Le coordinate del centro di simmetria sono ($-\frac{d}{c}$, $\frac{a}{c}$) ottenute intersecando i due asintoti. Nel caso numerico in questione il centro è il punto A (2, 3).

funzione omografica (esercizio)

Vediamo adesso di determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita agli asintoti da cui deriva la funzione omografica studiata. Per fare questo, bisogna considerare la traslazione di vettore v(-2, -3) che porta la funzione omografica ad avere il centro di simmetria coincidente con l'origine O.

Quindi si avranno le seguenti equazioni di traslazione : $\begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y - 3 \end{cases}$. Ricavando da tale sistema le vecchie componenti in funzione delle nuove si ottiene $\begin{cases} x = x' + 2 \\ y = y' + 3 \end{cases}$ e sostituendo nell'equazione della funzione omografica si ottiene:

y'+3= $\frac{6(x'+2)+1}{2(x'+2)-4}$ $\rightarrow$ y'+3= $\frac{6x'+12+1}{2x'+4-4}$ da cui semplificando y'+3= $\frac{6x'+13}{2x'}$ $\rightarrow$ y' +3= 3+ $\frac{13}{2x'}$ $\rightarrow$ y'= $\frac{13}{2x'}$ $\rightarrow$

$$\mathbf{x'y' = \frac{13}{2}}$$

iperbole xy=6.5