

Iperbole equilatera traslata (Funzione omografica)

Sia data la curva di equazione:

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (1)$$

dove i coefficienti a, b, c, d sono costanti assegnate, con c e d non contemporaneamente nulli, ottenuta per traslazione dell'iperbole equilatera riferita agli asintoti di equazione $xy=k$. Si dimostra che a seconda dei valori assunti dai coefficienti, essa rappresenta o una retta o un'iperbole equilatera con asintoti paralleli agli assi cartesiani.

1. $c = 0$ e $d \neq 0$

la (1) diventa: $y = \frac{a}{d}x + \frac{b}{d}$ equazione che rappresenta una retta di coefficiente angolare $m = \frac{a}{d}$

2. $c \neq 0$ e $ad - bc = 0$ da cui si ricava: $ad=bc$

Si ottiene in generale la retta $y = \frac{b}{d}$, privata del suo punto di ascissa $-\frac{d}{c}$

3. $c \neq 0$ e $ad - bc \neq 0 \Rightarrow$ iperbole equilatera traslata

Esempio:

disegnare la curva di equazione $y = \frac{2x-1}{1-x}$. Si tratta di un'iperbole equilatera traslata, avente per il centro di simmetria il punto $O_1(1;-2)$ e per asintoti le rette: $x = 1$ e $y = -2$.

