



NEWTON VS. LEIBNIZ

La matematica nel 1600 godè di grande prestigio. Questa era divisa in:



La matematica del tempo si basava però sul **DISCRETO** , utilizzando quindi solo numeri naturali e non si affacciava sul panorama del **CONTINUO**. Per far questo si doveva affrontare il problema dell'infinito, in quanto questa matematica prevedeva di andare ad operare nel piccolo che tendeva all'infinito.

I matematici furono molto restii ad operare con questa quantità che si trovò al centro di grandi dispute nel corso dei secoli:

PITAGORA: solo ciò che è *finito* è perfetto e quindi l'infinito *non avendo fine* è imperfetto

EPICURO: infinito qualcosa di positivo perché comprende e riassume in sé tutte le qualità

Nell'era moderna si decise di battere gli schemi e di affrontare così il problema infinitesimale. Tra questi c'erano Isaac **Newton** e Gottfried Wilhelm von **Leibniz** che si trovarono al centro di una disputa che si prolungò per decenni.

Oggetto della contesa era la paternità del **CALCOLO DIFFERENZIALE**, la cui origine poteva derivare sia dal metodo delle differenze di Leibniz, sia dal metodo delle flussioni di Newton.

NEWTON

Newton si dedicò allo studio delle serie infinite, scoprendo che la loro algebra era regolata dalle stessi leggi generali dell'algebra che operava con le quantità finite.

Egli redasse il *De Analisi* che conteneva la scoperta del
CALCOLO INFINITESIMALE

1. La prima forma newtoniana del calcolo ricalca il *Metodo delle Tangenti* di Barrow, molto simile a quello di Fermat salvo l'uso di due quantità, po e qo , che equivalgono alle moderne Δx e Δy .

Newton considerava o come un intervallo di tempo molto breve ed op ed oq come i piccoli incrementi per i quali x ed y variavano in tale intervallo.

2. Diede una seconda versione all'interno dell'opera "*Methodus Fluxionum et Serierum Infinitarum*". In quest'opera considera le sue variabili come generate dal moto continuo di punti, rette e piani, piuttosto che come aggregati di elementi infinitesimi. Chiama:

- **fluente** una quantità variabile, con la notazione x e y ;
- **flussione** il suo tasso di variazione o velocità, con la notazione x° ed y° .

Il ruolo della derivata è assunto dalla flussione di una quantità fluente y , indicata inizialmente con p e poi con y° , mentre al differenziale dy corrisponde il momento $y^\circ o$, prodotto della velocità per l'intervallo infinitesimo di tempo o .

In quest'ultima opera preannuncia
il problema del calcolo infinitesimale:

*“Data una relazione tra quantità fluenti, trovare
la relazione tra le loro flussioni, e viceversa”*

Le due variabili di cui è data la relazione possono rappresentare quantità qualsiasi.

Tuttavia, Newton pensa ad esse come variabili con il tempo. Se quindi o è un “intervallo infinitamente piccolo di tempo”, allora $x^{\circ}o$ e $y^{\circ}o$ sono gli incrementi infinitesimi di x e di y , o i rispettivi momenti.

Per trovare la relazione fra x° e y° , supponiamo, ad esempio, che la fluente sia $y = x^n$

Newton scrive anzitutto:

$$y + y^\circ o = (x + x^\circ o)^n$$

Sviluppa il secondo membro con la potenza ennesima del binomio, sottrae $y = x^n$, divide tutto per o , trascura tutti i termini che contengono ancora o e ottiene:

$$y^\circ = nx^{n-1} x^\circ$$

x° e y° , che sono le flussioni o derivate rispetto al tempo di x e di y , non vengono mai definite veramente.

3. Nella terza esposizione del calcolo infinitesimale redatta nel 1676 con il titolo "*Tractatus de Quadratura Curvarum*".

Newton dice di aver abbandonato le quantità infinitamente piccole e le quantità fluenti, sostituendole con quelle che egli chiamava *metodo delle prime e delle ultime ragioni*, dove iniziò a studiare il tasso di variazione, avvicinandosi sempre più al concetto di limite.

LEIBNIZ

Egli introduce il calcolo infinitesimale nel suo lavoro intitolato:

“Nuovo metodo per trovare i massimi e minimi, e anche le tangenti, non ostacolato da quantità frazionarie e irrazionali e un unico genere di calcolo per quei problemi”.

Anche per lui svolsero un ruolo importante le serie infinite:

intuì che la determinazione della tangente ad una curva dipendeva dal *rapporto* tra le differenze delle ordinate e delle ascisse, quando queste diventavano infinitamente piccole, e che le quadrature dipendevano dalla somma delle ordinate, ossia dei rettangoli infinitamente piccoli che formavano l'area

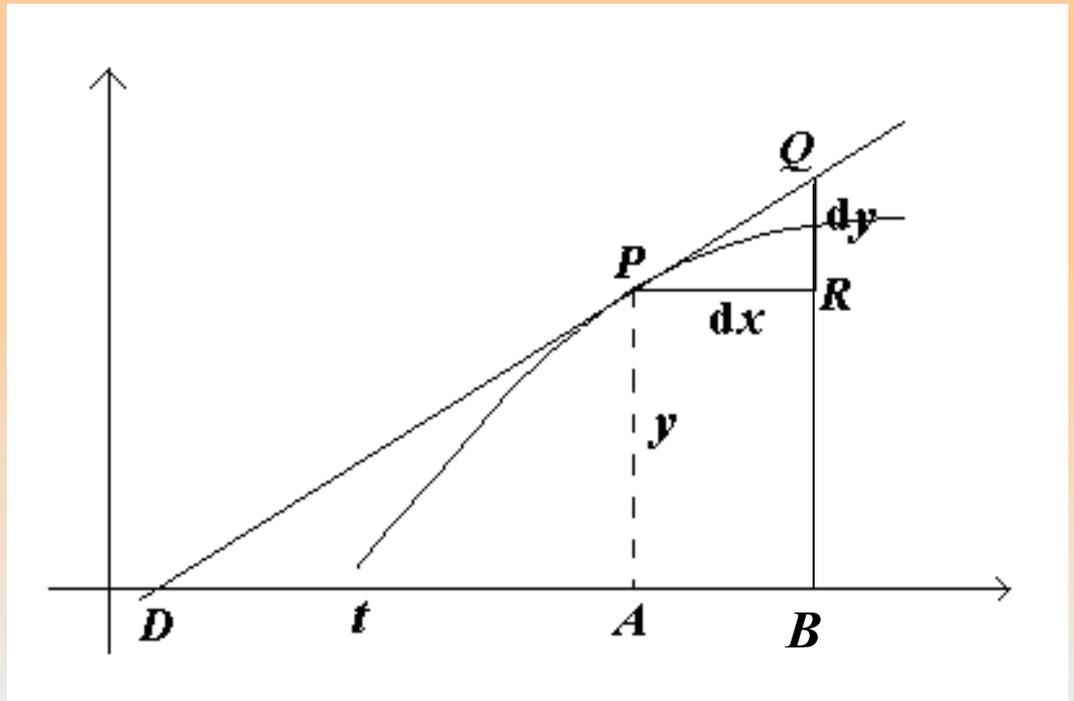
La nozione di funzione si afferma solo nel '700, mentre precedentemente predomina il concetto di *relazione*, espressa dall'equazione $P(x, y) = 0$. Quindi, il problema della derivazione si presenta a Leibniz nella forma:

“Data la relazione $P(x, y) = 0$ tra le variabili x e y , trovare la relazione tra i loro differenziali dx e dy ”

Leibniz definisce dy a partire da un segmento dx ,
incremento infinitesimo della variabile x e
dalla retta tangente alla curva.

Definisce dy come il segmento che sta a y come
 dx sta al segmento DB , cioè:

$$dy : y = dx : DB$$



Infatti per la similitudine dei triangoli DBP e PRQ si ha:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{QR}{PR} = \frac{PB}{DB} = \frac{y}{DB}$$

Quindi la sottotangente DB è determinata:

$$DB = y \frac{dx}{dy}$$

Per tracciare la tangente nel punto P basterà congiungerlo con il punto D sull'asse delle x a distanza $y \frac{dx}{dy}$ da B .

Dopo vari tentativi fissò la sua scelta su dx e dy per indicare le minime differenze possibili (differenziali) di x e y (cioè l'incremento infinitesimo della variabile x e l'incremento infinitesimo della variabile y).

Per indicare la somma di tutte le ordinate di una curva inizialmente usò ***omn.y*** (tutte le y), poi passò al simbolo $\int y$ e infine a $\int y dx$, dove il simbolo dell'integrale è l'ingrandimento della lettera "s" che indica la "somma".

Ancora oggi il simbolo dx è usato ed è molto utile per esempio nel calcolo delle derivate parziali.

Non solo: i termini oggi usati di “*calcolo differenziale*” e “*calcolo integrale*” sono nati proprio dalle espressioni usate da Leibniz:

- per trovare le tangenti si richiedeva l'uso del *calculus differentialis*
- per trovare le quadrature si richiedeva l'uso del *calculus summatorius* o *calculus integralis*.

CONCLUSIONI

Sia a Newton che a Leibniz bisogna attribuire il merito di aver visto nel calcolo infinitesimale un calcolo generale applicabile a molti tipi di funzione. La distinzione fondamentale fra l'opera dei due grandi matematici consiste:

- da parte di Newton, nel rifiuto delle quantità infinitesime, o indivisibili, che fino ad allora erano state utilizzate, per proclamarsi favorevole alle quantità evanescenti divisibili, che pertanto potevano essere diminuite infinitamente.
- da parte di Leibniz, invece, nell'operare direttamente con gli incrementi infinitamente piccoli di x e di y per poi determinarne le relazioni.

Le note controversie fra i due matematici cominciarono nel 1695, quando Newton apprese dal matematico Wallis che in Olanda il calcolo infinitesimale era considerato una scoperta di Leibniz.

In una relazione alla Royal Society, un matematico suggerì che Leibniz potesse aver appreso ciò durante la sua permanenza a Londra; pertanto Leibniz fu accusato di plagio.

La sua replica giunse nel 1704, quando rivendicò il diritto alla priorità nella pubblicazione elevando una protesta alla Royal Society contro l'accusa di plagio.

Il comitato era giunto alla conclusione che Newton fosse il primo inventore, ma non stabiliva se Leibniz, durante il soggiorno a Londra, avesse avuto la possibilità di vedere gli studi di Newton.

L'importanza storica della controversia non sta nel decidere chi fosse il vincitore, piuttosto fatto che i matematici si divisero in due partiti:

- quelli continentali dalla parte di Leibniz (fratelli Bernoulli);
- quelli inglesi dalla parte di Newton.

FINE

Lucia Mariani
IVC LS