Vérification des apprentissages

Après l'étude de ce chapitre, je suis en mesure de compléter le résumé suivant avant de résoudre les exercices récapitulatifs et les problèmes de synthèse.

Systèmes d'équations linéaires

Un système d'équations linéaires est dit :

1) compatible si ______________________________.

2) incompatible si ______________________________ .

Deux systèmes d'équations sont dits :

équivalents si ______________________________.

Soit le système

$$(S)\quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Matrice augmentée correspondante ______________________________.

Une matrice augmentée est dite :

échelonnée si : ______________________________.

Dans une matrice échelonnée :

le pivot est ______________________________.

Opérations élémentaires permettant de transformer une matrice augmentée en une matrice augmentée échelonnée :

1) ______________________________ .

2) ______________________________ .

3) ______________________________ .

La méthode de Gauss pour résoudre un système d'équations linéaires consiste à transformer la ____________________, qui correspond au système d'équations, en une ____________________.

Pour la matrice échelonnée

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & a & b \end{array}\right),$$

déterminer le nombre de solutions du système d'équations linéaires correspondant, selon les valeurs des paramètres réels a et b :

1) $si\ a = 0\ et\ b = 0,$ alors, le système admet ____________________.

2) $si\ a = 0\ et\ b \neq 0,$ alors, le système admet ____________________.

3) $si\ a \neq 0\ et\ b = 0,$ alors, le système admet ____________________.

4) $si\ a \neq 0\ et\ b \neq 0,$ alors, le système admet ____________________.

Matrice échelonnée de Gauss-Jordan

Une matrice échelonnée est dite matrice échelonnée de Gauss-Jordan si elle possède les propriétés suivantes :

1) ______________________________.

2) ______________________________.

La méthode de Gauss-Jordan pour résoudre un système d'équations linéaires consiste à transformer la ________________________________, qui correspond au système d'équations, en une ________________________________.

Pour les matrices échelonnées de Gauss-Jordan suivantes, déterminer le nombre de solutions du système d'équations linéaires correspondant si $a \in \Re$, $b \in \Re$ et $c \in \Re, c \neq 0.$

1) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & a \\ 0 & 0 & b \end{array}\right)$ ___________, 2) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & c & a \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ ___________, 3) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & a & b \\ 0 & 0 & c \end{array}\right)$ ___________.

Matrices inverse

$\left(A_{n\times n} | I_{n\times n}\right) \approx \cdots \approx \left(I_{n\times n} | B_{n\times n}\right),\ où \quad B_{n\times n} =$ ________________________.

Système homogène d'équations linéaires

Un système homogène d\`équations linéaires est un système de la forme

$$(S)\quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= \ldots \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= \ldots \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= \ldots \end{cases}$$

Un système homogène d\`équations linéaires est dit :

1) dépendant si ____;
2) indépendant si ____.

Répondre par VRAI ou FAUX et justifier votre réponse

1) Tout système d'équations linéaires
   a) compatible est homogène __________;
   b) compatible admet une infinité de solutions __________;
   c) incompatible n'a aucune solution __________;
   d) ayant une infinité de solutions est homogène __________;
   e) où le nombre de variables est supérieur au nombre d'équations possède toujours une infinité de solutions __________;
   f) ayant une infinité de solutions admet la solution triviale __________;

2) Tout système homogène d'équations linéaires
   a) est compatible __________;
   b) a une infinité de solutions __________;
   c) où le nombre de variables est supérieur au nombre d'équations possède toujours une infinité de solutions ____________;

3) Toutes les matrices carrées sont régulières ________________;

4) Soit les deux systèmes d'équations linéaires suivants :

$$(S_1)\quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \end{cases} \qquad et \qquad (S_2)\quad \begin{cases} c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 = 0 \\ c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + c_{23}x_3 = 0. \end{cases}$$

Si $b_1 \neq 0$ ou si $b_2 \neq 0$, alors les deux systèmes ne sont pas équivalents____________.

5) Soit un système d'équations linéaires de trois équations à deux variables.

a) Si le système est compatible, alors nous pouvons enlever
   (i) une équation sans affecter l'ensemble-solution __________;
   (ii) n'importe laquelle des équations sans affecter l'ensemble-solution._______.

b) Si le système est incompatible, et que nous pouvons enlever une des équations
   (i) alors le système devient compatible. __________;
   (ii) alors le système peut devenir compatible._______.

c)