

El conjunto de los números racionales (\mathbb{Q})

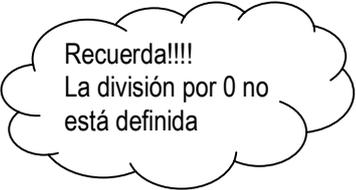
Para resolver los casos de imposibilidad de la división en \mathbb{Z} , se crearon los números racionales. Son números racionales aquellos que pueden ser expresados como el cociente entre dos números enteros.

El conjunto de los números racionales se denota \mathbb{Q}

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} / p \wedge q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0 \right\}$$

$$\frac{2}{3} \in \mathbb{Q} \text{ porque } 2 \text{ y } 3 \in \mathbb{Z} \text{ y } 3 \neq 0$$

$$-5 \in \mathbb{Q} \text{ ya que } -5 = \frac{-5}{1} ; -5 \text{ y } 1 \in \mathbb{Z} \text{ y } 1 \neq 0$$



Recuerda!!!!
La división por 0 no
está definida

Propiedades del conjunto \mathbb{Q}

1. \mathbb{Q} es un conjunto infinito.
2. Entre dos números racionales existe siempre un número infinito de racionales; es decir, \mathbb{Q} es un conjunto **denso**.
3. \mathbb{Q} no tiene primero ni último elemento.
4. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Todo número entero es racional, pero no todo número racional es entero.
5. Ningún número racional tiene sucesor ni antecesor.
6. Ley de tricotomía.

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ entonces una y sólo una de las siguientes afirmaciones es cierta:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} ; \frac{a}{b} = \frac{c}{d} ; \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

\mathbb{Q} es un conjunto totalmente ordenado por la relación \leq .

7. Un número racional puede ser expresado mediante una fracción o en forma decimal; tanto una como la otra designan exactamente el mismo número. La expresión decimal de un número racional tiene un número finito de cifras decimales significativas, o es periódica.

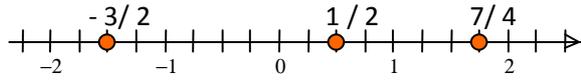
$$\frac{22}{9} = 2,444\dots = 2,\widehat{4}$$

$$\frac{15}{2} = 7,5$$

$$-\frac{1}{6} = -0,1666\dots = -0,1\widehat{6}$$

Representación de \mathbb{Q} en la recta numérica

Para representar un número racional en la recta numérica se divide el segmento unidad en tantas partes como indica el denominador la fracción que lo representa y se toma tantas como lo dice el numerador.



A todo número racional le corresponde un punto sobre la recta, ¿corresponderá a cada punto de la recta un número racional?

En otras palabras, ¿completa la recta el conjunto de los números racionales? La respuesta es no.