

# **GeoGebra 2.4**使用說明

Markus Hohenwarter, [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)

黃福坤 翻譯, [hwang@phy.ntnu.edu.tw](mailto:hwang@phy.ntnu.edu.tw)

March 23, 2005

# Contents

<b>Contents</b>	<b>1</b>
<b>1 什麼是 GeoGebra?</b>	<b>3</b>
<b>2 範例</b>	<b>4</b>
2.1 三角形 . . . . .	4
2.2 線性函數 $y = kx + d$ . . . . .	4
2.3 三點 A、B、C 的質心 . . . . .	5
2.4 將線段 AB 以 7 : 3 的比例分割 . . . . .	5
2.5 兩個變數的線性函數組 . . . . .	6
2.6 X 函數的切線 . . . . .	6
2.7 探討多項式函數 . . . . .	6
2.8 積分 . . . . .	7
<b>3 幾何圖形的輸入資料</b>	<b>8</b>
3.1 一般須知 . . . . .	8
3.1.1 系絡清單 . . . . .	8
3.1.2 顯示或隱藏 . . . . .	8
3.1.3 軌跡 . . . . .	8
3.1.4 景窗 . . . . .	8
3.1.5 建構協定 . . . . .	9
3.2 模組 . . . . .	9
3.2.1 一般模組 . . . . .	9
3.2.2 點 . . . . .	9
3.2.3 向量 . . . . .	10
3.2.4 線段 . . . . .	10
3.2.5 射線 . . . . .	10
3.2.6 多邊形 . . . . .	10
3.2.7 線 . . . . .	10
3.2.8 圓錐曲線區 . . . . .	11
3.2.9 文字 . . . . .	12

<b>4</b>	<b>代數的輸入</b>	<b>13</b>
4.1	一般注意事項	13
4.1.1	改變數值	13
4.1.2	動畫	13
4.2	直接輸入	13
4.2.1	數值和角度	14
4.2.2	點和向量	14
4.2.3	直線	14
4.2.4	圓錐曲線區	14
4.2.5	x 函數	15
4.2.6	算數運算	15
4.3	指令	16
4.3.1	一般性的指令	17
4.3.2	數值	17
4.3.3	Angle	18
4.3.4	Point	18
4.3.5	向量	20
4.3.6	線段	21
4.3.7	射線	21
4.3.8	多邊形	21
4.3.9	直線	21
4.3.10	圓錐曲線區	23
4.3.11	Function	23
4.3.12	Movements	24
<b>5</b>	<b>從GeoGebra 輸出</b>	<b>26</b>
5.1	繪圖工作區輸出為圖片	26
5.2	繪圖工作區到剪貼簿	26
5.3	建構協定輸出為網頁	26
5.4	動態工作底稿輸出為網頁	27
<b>6</b>	<b>選項</b>	<b>28</b>
6.1	擷取點	28
6.2	角度單位	28
6.3	小數點位數	28
6.4	圖形	28
6.5	字體大小	28
6.6	語言	29

# Chapter 1

## 什麼是 GeoGebra?

GeoGebra 是一套結合幾何、代數和微積分的數學軟體, 由 Salzburg 大學的 Markus Hohenwarter 為學校的數學教育所研發。

從一方面來看, GeoGebra 是一套動態的幾何系統, 您可用點、向量、線段、直線、圓錐曲線以及函數來隨之動態地改變。

另一方面來看, 您可以直接輸入或修改代數等式和座標系。這些可以處理數字、角度、量、點、線段、線及圓錐曲線的能力, 儼然使 GeoGebra 成為處理幾何物件的一小型電腦代數系統。

以上觀點為 GeoGebra 的兩個特徵, 在代數視窗中的代數表示法對應於幾何視窗中的物件。

# Chapter 2

## 範例

想大致瞭解 GeoGebra 的用途, 可從以下的範例中窺知。

### 2.1 三角形

質心

- 首先, 在工具列中選擇模組 新的點 (詳見 3.2), 並在繪圖區中按三次作出三角形的三個頂點 A、B、C。
- 選擇模組 多邊形, 並按下點 A、B、C, 再次按下點 A 作出三角形 P, 三角形的面積即顯示在代數視窗中。
- 欲得知三角形的角度, 於螢幕底端的輸入欄位中打入指令 `Angle[P]`, 並按下輸入鍵。  
現在選擇模組 移動, 並拖曳頂點來動態地改變三角形。

### 2.2 線性函數 $y = kx + d$

我們可嘗試以不同的值代入  $k$  和  $d$ , 來看看  $k$  和  $d$  在等式  $y = kx + d$  中所代表的意義。我們可以在螢幕底端的文字欄中輸入以下的直線 (在每一行的最後按下輸入鍵)。

$$\begin{aligned}k &= 1 \\d &= 2 \\y &= kx + d\end{aligned}$$

現在我們可以在代數的視窗或在文字輸入欄中改變  $k$  和  $d$  (按滑鼠右鍵: "編輯") (詳見動畫 4.1.2):

$$\begin{aligned}k &= 2 \\k &= -3 \\d &= 0 \\d &= -1\end{aligned}$$

同樣的方式, 我們也可檢驗圓錐曲線的等式, 例如:  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ ,  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  或  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$ 。

## 2.3 三點 A、B、C 的質心

我們現在要來建構三點的質心, 在文字欄中輸入以下的線 (在每一行的最後按下輸入鍵)。

Of course, you can also use the mouse to do this construction using the modes (see 3.2) in the toolbar.

```
A = (-2, 1)
B = (5, 0)
C = (0, 5)
Ma = Midpoint[B, C]
Mb = Midpoint[A, C]
sa = Line[A, Ma]
sb = Line[B, Mb]
S = Intersect[sa, sb]
```

另外, 我們直接算出質心為

```
S1 = (A + B + C) / 3
```

且與用此指令的結果來比較

```
Relation[S, S1]
```

接著我們再測試當  $S = S1$  時, A、B、C 在其他位置, 我們用滑鼠點選移動模式 (工具列最左方的按鍵), 並拖拉其中一點。

## 2.4 將線段 AB 以 7 : 3 的比例分割

正如 GeoGebra 能讓我們計算向量, 這也一樣地簡單容易。

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
T = A + 7/10 (B - A)
```

另一種可行的方法是

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
v = Vector[A, B]
T = A + 7/10 v
```

## 2.5 兩個變數的線性函數組

兩個  $x$  和  $y$  的線性函式可被解釋為可被解釋為兩條直線, 代數的解即為兩條線的交點。

```
g : 3x + 4y = 12
h : y = 2x - 8
S = Intersect[g, h]
```

## 2.6 X函數的切線

GeoGebra 提供一指令來做函數  $f(x)$  在  $x=a$  的切線。

```
a = 3
f(x) = 2 sin(x)
t = Tangent[a, f]
```

沿圖形  $f$  的切線斜率來描繪 (詳見 4.1.2)。  
另一種可行的方法是

```
a = 3
f(x) = 2 sin(x)
T = (a, f(a))
t : X = T + s (1, f'(a))
```

另外, 我們可得知圖形  $f$  上的點  $T$ , 切線  $t$  為參數的型態。順便, 您也可做出一函數的切線:

- 選擇模組 新的點 (詳見 3.2) 並按下函數  $f$  的圖形。
- 選擇模組 切線 並按下函數  $f$  和先前造的點。

現在, 選擇模組 *Move* 並用滑鼠沿著函式來拖曳點, 切線亦即動態地改變。

## 2.7 探討多項式函數

您可以 GeoGebra 來探討多項式函數的根、局部的極值、和曲折點。

```
f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1
N = Root[f]
E = Extremum[f]
W = InflectionPoint[f]
```

在模組 移動 下, 您可用滑鼠來拖曳函數  $f$ , 在此情況中, 前兩個函數  $f$  的微分係數便很耐人尋味。

```
Derivative[f]
Derivative[f, 2]
```

## 2.8 積分

介紹積分時, GeoGebra 在視覺上可用一矩形來呈現函數的上、下積分和。

```
f(x) = x^2/4 + 2  
a = 0  
b = 2  
n = 5  
L = LowerSum[f, a, b, n]  
U = UpperSum[f, a, b, n]
```

透過繪出 a、b 或 n (詳見 4.1.2), 您可使這些參數視覺化。您必須選取 1 (在 n 上按滑鼠右鍵, 選擇屬性) 來使 n 遞增。

其定積分可如下所示:

```
Integral[f, a, b]
```

其 F 的不定積分可由以下得知:

```
F = Integral[f]
```



# Chapter 3

## 幾何圖形的輸入資料

現在我們來說明如何在 GeoGebra 中使用滑鼠。

### 3.1 一般須知

幾何視窗中(右方)顯示點、向量、線段、多邊形、函數、直線及圓錐曲線的圖形,當滑鼠移到一物件的上方就會出現說明,幾何視窗亦可稱為繪圖工作區。

有幾種模組可以告訴 GeoGebra 如何去回應滑鼠的輸入(新的點、交點、通過三點的圓...),這方面稍後將再詳細解釋(3.2)。

在物件上按滑鼠兩下,在代數視窗中打開編輯欄。

#### 3.1.1 系絡清單

在一產生系絡清單的物件上按滑鼠右鍵,您可選取幾何符號(極座標或直角座標,明示的或不明的函數...)您可在這發現一些指令,如重新命名、編輯或刪除。

選擇顯示交談視窗的屬性,您可改變顏色、大小、線寬、線的式樣、質地等。

#### 3.1.2 顯示或隱藏

幾何物件可被顯示或隱藏。此圖形鍵讓我們可得知代數視窗中的每一物件最新的視覺狀態。

欲隱藏一物件圖像,可使用代數視窗(3.1.1)中的系絡清單。向量預設為隱藏,您可指定為顯示使其顯示。

#### 3.1.3 軌跡

幾何的物件移動時在螢幕上會留下軌跡,您可使用系絡選單(3.1.1)來啟動或關掉軌跡。

#### 3.1.4 景窗

在繪圖工作區按滑鼠右鍵後,即出現讓您可以放大或縮小景窗的選項清單。

景窗: 按滑鼠右鍵並拖曳以調整景窗至您所需的大小。

### 3.1.5 建構協定

互動式的建構協定 (觀看清單) 是一顯示所有建構步驟的圖表。在此您可以一步一步地重做建構步驟。甚至也可以改變建構步驟。甚至也可以改變建構步驟。您可於建構協定說明清單中查看細節。

## 3.2 模組

下列的模組可由工具列或 幾何 清單來啟動, 在一物件上按下滑鼠來 做記號。在所有的建構模組中, 您可以在繪圖工作區上按下滑鼠輕易地加上新的點。

### 3.2.1 一般模組

#### Move

用滑鼠拖曳或拿掉任一物件。

在移動模式下按下滑鼠以選取一物件, 然後您可以

- 按下 Del 鍵來刪除之
- 使用箭頭鍵來移動之

#### Relation

在兩個物件上做記號以得知其關係 (4.3.1)。

#### Move drawing pad

用滑鼠拖曳或拿掉繪圖工作區來移動座標系統的原點。

按下 Ctrl 鍵和滑鼠來移動繪圖工作區。

### 3.2.2 點

#### New point

在繪圖工作區中按下滑鼠來新增一個點, 放開滑鼠後其座標可再修改。

在一線段、直線或圓錐曲線區上按下滑鼠來新增一個點。按下兩物件的交點來產生其交點。

### **Intersect two objects**

兩物件的交點可由兩種方式產生。

1. 標示兩物件: (盡可能) 產生所有交點
2. 按下兩物件的交點: 只產生此一交點

系統會顯示所有的交點。

### **3.2.3 向量**

#### **Vector between two points**

標示向量的起點和終點。

### **3.2.4 線段**

#### **Segment between two points**

標示兩點 A 和 B, 並調整線段 AB, 在代數視窗中您即可看到線段

### **3.2.5 射線**

#### **Ray through two points**

標示兩點 A 和 B 來產生一起點 A 且通過 B 之射線, 在代數視窗中您可看見其代數等式。

### **3.2.6 多邊形**

#### **Polygon**

標出至少三點後再次按下第一個點, 在代數視窗中您即可看見多邊形的面積。

### **3.2.7 線**

#### **Line through two points**

標示兩點 A 和 B, 並調整此線使其通過 A 和 B 點, 此線的方向向量即為  $(B-A)$ 。

#### **Parallel line**

標示出一線  $g$  和一點 A, 並定義一直線通過 A 且平行於  $g$ , 此線的方向即為  $g$  的方向。

#### **Perpendicular line**

標示出一線  $g$  和一點 A, 且作出一直線通過 A 且垂直於  $g$ , 此線的方向即等於  $g$  之垂直向量 (4.3.5)。

### Line bisector

一線段的平分線指的是一線段  $s$  或兩點  $A$  和  $B$ , 此線的方向即等於線段  $s$  代表  $AB$  之垂直向量 (4.3.5)。

### Angular bisector

兩種方式可定義角平分線。

1. 標示出三點  $A, B, C$ , 並作出此三點圍出之角的角平分線, 其中  $B$  為頂點。
2. 標示出兩條線, 並作出其兩平分角。

所有的角平分線的方向向量長度都為 1。

### Tangents

一圓錐曲線的切線可由兩種方式產生:

1. 標示出一點  $A$  及一圓錐曲線  $c$ , 並作出通過  $A$  且切於  $c$  的所有切線。
2. 標示出一線  $g$  及一圓錐曲線  $c$ , 並作出平行於  $g$  且切於  $c$  的所有切線。

標示出一點  $A$  及一函數  $f$ , 並作出  $f$  在  $x=x(A)$  的切線。

## 3.2.8 圓錐曲線區

### Circle with midpoint through point

標示出一點  $M$  且一點  $P$ , 並定義出一圓心點為  $M$  且通過點  $P$  的圓。此圓的半徑即為  $MP$  的距離。

### Circle through three points

標示出三點  $A, B, C$ , 並定義出通過此三點的圓。若這三點呈一直線, 此圓即退化為此直線。

### Conic through 5 points

標示出五個點, 並以之定義出一圓錐曲線區。若無其中四點或五點呈一直線時, 即可定義出一圓錐曲線區。

### 3.2.9 文字

#### Text

您可以用此模式來產生文字或  $\text{\LaTeX}$  公式。

1. 在繪圖工作區中按下滑鼠來產生新的文字敘述。
2. 在一點上按下滑鼠來產生有關此點的文字敘述。

隨後出現一交談視框，您便可輸入文字敘述。您亦可用一物件的值來產生動態的文字敘述。

Input	Description
<code>''This is a text''</code>	簡單的文字敘述
<code>''Point A = '' + A</code>	使用點 A 值所產生的動態文字敘述
<code>''a = '' + a + ''cm''</code>	使用點線段 a 值所產生的動態文字敘述

#### $\text{\LaTeX}$ Formulas

在 GeoGebra 中您亦可使用公式，您可在文字模組的交談框中察看  $\text{\LaTeX}$  公式，並用  $\text{\LaTeX}$  的語法輸入您的公式，一些重要的  $\text{\LaTeX}$  指令在此會被解釋，請進一步察看  $\text{\LaTeX}$  文獻。

$\text{\LaTeX}$ input	Result
<code>a \cdot b</code>	$a \cdot b$
<code>\frac{a}{b}</code>	$\frac{a}{b}$
<code>\sqrt{x}</code>	$\sqrt{x}$
<code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt[n]{x}$
<code>\vec{v}</code>	$\vec{v}$
<code>\overline{AB}</code>	$\overline{AB}$
<code>x^{2}</code>	$x^2$
<code>a_{1}</code>	$a_1$
<code>\sin\alpha + \cos\beta</code>	$\sin \alpha + \cos \beta$
<code>\int_{a}^{b} x dx</code>	$\int_a^b x dx$
<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$

# Chapter 4

## 代數的輸入

現在我們來說明在 GeoGebra 中如何使用鍵盤。

### 4.1 一般注意事項

數值、座標和物件 獨立的 或 相依的 等式都會顯示在代數視窗中 (在左邊)。獨立的物件並不會相依於任何其他物件, 且可被直接更改。

您可由螢幕底部的文字輸入欄中輸入資料, 我們將再詳細說明 (4.2 和 4.3).

#### 4.1.1 改變數值

獨立的物件可被改變, 但相依之物件則否。欲改變一獨立物件之數值, 您可在文字輸入欄位中直接輸入新的數值 (4.2)。

另外, 您也可在代數視窗中的系絡清單中選擇編輯來做改變 (3.1.1)。

#### 4.1.2 動畫

欲連續地改變一角度值, 選擇移動模式 (3.2.1), 輸入角度值並按 + 或 - 鍵。

按著這些能產生動畫鍵的其中之一不放。例如, 一點的座標相依於一數值  $k$ , 就像  $P = (2k, k)$ , 此點將沿著一直線移動, 且  $k$  亦連續地改變。

以方向鍵移動一物件 (在屬性中可調整的間距, (3.1.1)).

- Ctrl + 方向鍵 ... 10 \* 間距
- Alt + 方向鍵 ... 100 \* 間距

直線上的一點可用 + 或 - 鍵使在線上移動。

### 4.2 直接輸入

GeoGebra 可以處理數值、角、向量、線段及圓錐曲線區, 我們將說明如何用座標或等式輸入這些物件。

您亦可在物件名稱中使用 indices:  $A_1$  resp.  $s_{AB}$  輸入為 A\_1 resp. s\_AB.

### 4.2.1 數值和角度

數值和角度用小數點的符號 . 來表示數值和角度用小數點的符號來表示。

數值 r		r = 5.32
------	--	----------

角度可以用 (°) 或弧度 (rad) 來表示, 常數 pi 常用在弧度值。

	度	弧度
角 alpha	alpha = 60°	alpha = pi / 3

GeoGebra 都用弧度來作內部運算, 此符號 ° 只是用來轉換度數和弧度的常數  $\frac{\pi}{180}$ 。

### 4.2.2 點和向量

點和向量可以用直角座標或極座標來輸入 (4.2.1), 大寫名稱代表點, 小寫名稱代表向量。

	直角座標	極座標
點 P	P = (1, 0)	P = (1; 0°)
向量 v	v = (0, 5)	v = (5; 90°)

### 4.2.3 直線

一直線可以 x 和 y 的線性等式或以參數型態來輸入。在這兩種情況下, 事先定義的變數皆可使用 (數值、點、向量), 直線的名稱須在開頭輸入並加上冒號。

	等式	參數型態
直線 g	g : 3x + 4y = 2	g : X = (-5, 5) + t (4, -3)

例如: 令 k=2 和 d=-1, 然後我們可用等式定義一直線 g g : y = k x + d。

### 4.2.4 圓錐曲線區

圓錐曲線可以 x 和 y 的二次曲線來輸入, 可用事先定義的變數 (數值、點、向量), 圓錐曲線的名字可以在開頭輸入再加上冒號。

	等式
橢圓 ell	ell : 9x <sup>2</sup> + 16y <sup>2</sup> = 144
雙曲線 hyp	hyp : 9x <sup>2</sup> - 16y <sup>2</sup> = 144
拋物線 par	par : y <sup>2</sup> = 4x
圓 k1	k1 : x <sup>2</sup> + y <sup>2</sup> = 25
圓 k2	k2 : (x - 5) <sup>2</sup> + (y + 2) <sup>2</sup> = 25

例如: 令 a=4 且 b=3, 然後我們亦可輸入一橢圓為 : b<sup>2</sup>x<sup>2</sup> + a<sup>2</sup>y<sup>2</sup> = a<sup>2</sup>b<sup>2</sup>。

## 4.2.5 x 函數

您可以用事先定義好的變數 (數值、點、向量 ...) 來輸入一函數以及其他的函數。

	輸入
函數 f	$f(x) = 3x^3 - x^2$
函數 g	$g(x) = \tan(f(x))$
匿名函數	$\sin(3x) + \tan(x)$

您可用指令來做一函數的積分 (4.3.11) 和微分 (4.3.11), 您亦可用  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ ,  $f'''(x)$ , ... 來將已定義的  $f(x)$  函數再微分:

$$f(x) = 3x^3 - x^2$$
$$g(x) = \cos(f'(x + 2))$$

更進一步地, 函數可用一向量來作平移 (4.3.12), 且一函數可用滑鼠自由移動。

## 4.2.6 算數運算

欲輸入數值、座標或等式 (4.2), 您可以用算數表示法及括號, 以下各種的運算:



運算	輸入
加法	+
減法	-
乘法, 純量乘機	* 或空白
除法	/
次方	^ 或 <sup>2, 3</sup>
階乘	!
括號	( )
x-座標	x( )
y-座標	y( )
絕對值	abs( )
符號	sgn( )
開平方根	sqrt( )
指數函數	exp( )
對數 (自然)	log( )
餘弦	cos( )
正弦	sin( )
正切	tan( )
反餘弦	acos( )
反正弦	asin( )
反正切	atan( )
雙曲餘弦	cosh( )
雙曲正弦	sinh( )
雙曲正切	tanh( )
反雙曲餘弦	acosh( )
反雙曲正弦	asinh( )
反雙曲正切	atanh( )
greatest integer less than or equal	floor( )
smallest integer greater than or equal	ceil( )

例如: 兩點 A 和 B 中心點 M 可以如此輸入:  $M = (A+B) / 2$ , 一向量 v 的長度可以如此計算:  $l = \text{sqrt}(v \cdot v)$ . 在 GeoGebra 中您可以用點和向量來計算。

### 4.3 指令

藉由指令我們可以產生新物件或改變一物件。例如: 兩直線 g 和 h 相交產生一新的點  $S = \text{Intersect}[g, h]$  (4.3.4)。

一指令的結果我們就加上 = 號來命名, 在此例中  $S = \text{Intersect}[g, h]$ , 產生的點就稱為 S。

您亦可在物件名稱中使用 indices:  $A_1$  resp.  $s_{AB}$  輸入為 A\_1 代表  $s_{AB}$ .

### 4.3.1 一般性的指令

#### Relation

**Relation[object a, object b]** 顯示一訊息框讓我們得知 a 和 b 之間的關係。

此指令讓我們得知若一點在一直線或一圓錐曲線上、一線切於一圓錐曲線、或一線直向於一圓錐曲線時, 兩物件是否相等。

#### Delete

**Delete[object]** 刪除一物件及其所有相依之物件。

### 4.3.2 數值

#### Length

**Length[vector]** 一向量的長度

#### Area

**Area[point A, point B, point C, ...]** 給定點圍成的多邊形的面積

#### Distance

**Distance[point A, point B]** A 和 B 間的距離

**Distance[point A, line g]** 一點 A 和 一線 g 間的距離

**Distance[line g, line h]** 直線 g 和 h 間的距離, 相交的線間的距離為 0, 平行線時更為耐人尋味。

#### Slope

**slope[line]** 一直線的斜率, 此指令亦可畫出大小不一的斜三角 (詳見屬性, [3.1.1](#)).

#### Radius

**radius[circle]** 一圓之半徑

#### Parameter

**Parameter[parabola]** 一拋物線的參數 (準線和焦點間的距離)

#### FirstAxisLength

**FirstAxisLength[conic]** 一圓錐曲線主軸的長度

## SecondAxisLength

**SecondAxisLength[conic]** 一圓錐曲線次軸的長度

## Excentricity

**Excentricity[conic]** 一圓錐曲線的偏心率

## Integral

**Integral[function f, number a, number b]** 定義函數  $f(x)$  從  $a$  到  $b$  的積分, 此指令亦可畫出函數與  $X$  軸間的面積。

## LowerSum

**LowerSum[function f, number a, number b, number n]** 函數  $f$  在  $[a,b]$  區間以  $n$  個長條區求出的下和, 此指令亦可繪出這些下和的長方形。

## UpperSum

**UpperSum[function f, number a, number b, number n]** 函數  $f$  在  $[a,b]$  區間以  $n$  個長條區求出的上和, 此指令亦可繪出這些上和的長方形。

### 4.3.3 Angle

#### Angle

**Angle[vector, vector]** 兩向量間的夾角 ( $0 - 360^\circ$ )

**Angle[line, line]** 兩直線的方向向量間的夾角 ( $0 - 360^\circ$ )

**Angle[point A, point B, point C]**  $BA$  和  $BC$  間的夾角 ( $0 - 360^\circ$ ),  $B$  為頂點。

**Angle[conic]** 一圓錐曲線在主軸的扭角 (4.3.9)。

**Angle[number]** 將一數值轉換成一角度 (結果介於  $0 - 2\pi$ )。

**Angle[polygon]** 一多邊形的所有內角。

### 4.3.4 Point

#### Point

**Point[line]** 線上的點

**Point[conic]** 圓錐曲線的點 (例如: 圓、橢圓、雙曲線)

**Point[function]** 函數上的點

**Point[vector]** 向量上的點

**Point[point P, vector v]** 點 P + 向量 v

### **Midpoint**

**Midpoint[point A, point B]** A 和 B 的中點

**Midpoint[segment]** 線段的中點

### **Center**

**Center[conic]** 圓錐曲線 (例如: 圓、橢圓、雙曲線) 的中心點

### **Focus**

**Focus[conic]** (所有的) 一圓錐曲線的交點

### **Vertex**

**Vertex[conic]** (所有的) 一圓錐曲線的頂點

### **Centroid**

**Centroid[polygon]** 一多邊形的質心

### **Intersect**

**Intersect[line g, line h]** 線段 g 和 h 的交點

**Intersect[line g, conic c]** 直線 g 和圓錐曲線 c 的交點 (最多為 2)

**Intersect[line g, conic c, number n]** 直線 g 和圓錐曲線 c 的第 n 個交點

**Intersect[conic c, conic d]** 兩圓錐曲線 c 和 d 的交點 (最多為 4)

**Intersect[conic c, conic d, number n]** 兩圓錐曲線 c 和 d 的第 n 個交點

**Intersect[polynomial f, polynomial g]** 多項式 f 和多項式 g 的所有交點

**Intersect[polynomial f, polynomial g, number n]** 多項式 f 和多項式 g 的第 n 個交點

**Intersect[polynomial f, line g]** 多項式 f 和直線 g 的所有交點

**Intersect[polynomial f, line g, number n]** 多項式 f 和直線 g 的第 n 個交點

**Intersect[function f, function g, point A]** 函數 f 和函數 g 在起始值 A 時的交點 (以牛頓法)

**Intersect[function f, line g, point A]** 函數 f 和直線 g 在起始值 A 時的交點 (以牛頓法)

### Root

**Root[polynomial f]** 多項式 f 的所有根 (為點)

**Root[function f, number a]** 函數 f 在起始值 A 時的一根 (以牛頓法)

**Root[function f, number a, number b]** 函數 f 在 [a,b] 區間的一根 (regula falsi)

### Extremum

**Extremum[polynomial f]** 多項式 f 的所有局部極值 (為點)

### InflectionPoint

**InflectionPoint[polynomial f]** 多項式 f 的所有曲折點

## 4.3.5 向量

### Vector

**Vector[point A, point B]** 點 A 到 B 的向量

**Vector[point]** 一點的位置向量

### Direction

**Direction[line]** 一直線的方向向量, 直線等式  $ax + by = c$  的方向為  $(b, -a)$ 。

### UnitVector

**UnitVector[line]** 長度為 1 的方向向量

**UnitVector[vector]** 向量長度為 1, 且與給定的向量相同方向

(4.3.5)

### PerpendicularVector

**PerpendicularVector[line]** 一直線的垂直向量; 一直線等式  $ax + by = c$  有垂直向量  $(a, b)$

**PerpendicularVector[vector]** 一直線的垂直向量; 一向量座標為  $(a, b)$  有垂直向量  $(-b, a)$

## **UnitPerpendicularVector**

**UnitPerpendicularVector[line]** 一直線的垂直向量且長度為 1

**UnitPerpendicularVector[vector]** 一向量的垂直向量且長度為 1

## **4.3.6 線段**

### **Segment**

**Segment[point A, point B]** 點 A 和 B 間的線段

## **4.3.7 射線**

### **Ray**

**Ray[point A, point B]** 起點為點 A 並通過點 B 的射線

**Ray[point A, vector v]** 起點為點 A 且方向為 v 的射線

## **4.3.8 多邊形**

### **Polygon**

**Polygon[point A, point B, point C, ...]** 由給定點所圍成的多邊形

## **4.3.9 直線**

### **Line**

**Line[point A, point B]** 通過 A 和 B 兩點的直線

**Line[point A, line g]** 通過 A 且平行於 g 的直線

**Line[point A, vector v]** 通過 A 且方向為 v 的直線

### **Perpendicular**

**Perpendicular[point A, line g]** 通過 A 且垂直於 g 的線

**Perpendicular[point A, vector v]** 通過 A 且垂直於向量 v 的線

### **LineBisector**

**LineBisector[point A, point B]** 線段 AB 的平分線

**LineBisector[segment s]** s 線段的平分線

### **AngularBisector**

**AngularBisector**[point A, point B, point C] 角 (A, B, C), B 為角的頂點

**AngularBisector**[line g, line h] 直線 g 和 h 的角平分線

### **Tangent**

**Tangent**[point A, conic c] (所有的) 通過 A 對 c 的切線

**Tangent**[line g, conic c] (所有的) 平行於 g 且對 c 的切線

**Tangent**[number a, function f] f(x) 在 x=a 時的切線

**Tangent**[point A, function f] f(x) 在 x=x(A) 時的切線

### **Asymptote**

**Asymptote**[hyperbola c] 一雙曲線的兩漸近線

### **Directrix**

**Directrix**[parabola c] 一拋物線的準線

### **Axes**

**Axes**[conic c] 一圓錐曲線的主軸和次軸

### **FirstAxis**

**FirstAxis**[conic c] 一圓錐曲線的主軸

### **SecondAxis**

**SecondAxis**[conic c] 一圓錐曲線的次軸

### **Polar**

**Polar**[point A, conic c] 點 A 相對於圓錐曲線 c 的極線

### **Diameter**

**Diameter**[line g, conic c] 平行於 g 且關於 c 的直徑

**Diameter**[vector v, conic c] 在方向 v 且關於 c 的直徑

### 4.3.10 圓錐曲線區

#### Circle

Circle[point M, number r] 中心點 M 且半徑為 r 的圓

Circle[point M, segment s] 中心點 M 且半徑為  $= \text{Length}[s]$  的圓

Circle[point M, point A] 圓心點 M 且通過點 A 的圓

Circle[point A, point B, point C] 通過三點 A、B、C 的圓

#### Ellipse

Ellipse[point F, point G, number a] 焦點為 F, G 且主軸長度為 a 的橢圓, 條件:  
 $2a > \text{Distance}[F,G]$  的距離

Ellipse[point F, point G, segment s] 焦點為 F, G 且主軸長度為  $a = \text{Length}[s]$  的  
橢圓

#### Hyperbola

Hyperbola[point F, point G, number a] 焦點為 F, G 且主軸長度為 a 的雙曲線,  
條件:  $0 < 2a < [F,G]$  的距離

Hyperbola[point F, point G, segment s] 焦點為 F, G 且主軸長度為  $a = \text{Length}[s]$  的  
雙曲線

#### Parabola

Parabola[point F, line g] 焦點為 F 且準線為 g 的拋物線

#### Conic

Conic[point A, point B, point C, point D, point E] 通過五點的圓錐曲線  
(任四點不在一直線)

### 4.3.11 Function

#### Derivative

Derivative[function f] 函數 f(x) 的微分

Derivative[function f, number n] 函數 f(x) 的 n 次微分



## Integral

`Integral[function f]` 函數  $f(x)$  的不定積分

## TaylorPolynomial

`TaylorPolynomial[function f, number a, number n]` 函數  $f(x)$  對點  $x=a$  的  $n$  次泰勒展開式

## Function

`Function[function f, number a, number b]` 產生一函數, 使其等於函數  $f$  定義於  $[a,b]$  區間, 而非在區間  $[a, b]$  之外

### 4.3.12 Movements

若您以下列其中之一的指令指定一個新的名字, 就會產生被移動物件的複製物件。此指令 `Mirror[A, g]` 鏡射點  $A$  在直線  $g$  且改變點  $A$  的位置。輸入 `B = Mirror[A, g]` 將產生一新的點  $B$ , 而  $A$  不變。

#### Translate

`Translate[point A, vector v]` 沿著向量  $v$  平移點  $A$

`Translate[line g, vector v]` 沿著向量  $v$  平移直線  $g$

`Translate[conic c, vector v]` 沿著向量  $v$  平移圓錐曲線  $c$

`Translate[function c, vector v]` 沿著向量  $v$  平移函數  $f$

`Translate[vector v, Point p]` 平移向量  $v$  到點  $p$

#### Rotate

`Rotate[point A, angle phi]` 以角度  $\phi$  沿軸的原點旋轉點  $A$

`Rotate[vector v, angle phi]` 以角度  $\phi$  旋轉向量  $v$

`Rotate[line g, angle phi]` 以角度  $\phi$  沿軸的原點旋轉直線  $g$

`Rotate[conic c, angle phi]` 以角度  $\phi$  沿軸的原點旋轉圓錐曲線  $c$

`Rotate[point A, angle phi, point B]` 以角度  $\phi$  沿著點  $B$  旋轉點  $A$

`Rotate[line g, angle phi, point B]` 以角度  $\phi$  沿著點  $B$  旋轉直線  $g$

`Rotate[conic c, angle phi, point B]` 以角度  $\phi$  沿著點  $B$  旋轉圓錐曲線  $c$

## **Mirror**

**Mirror[point A, point B]** 點 A 鏡射於點 B

**Mirror[line g, point B]** 直線 g 鏡射於點 B

**Mirror[conic c, point B]** 圓錐曲線 c 鏡射於點 B

**Mirror[point A, line h]** 點 A 鏡射於直線 h

**Mirror[line g, line h]** 直線 g 鏡射於直線 h

**Mirror[conic c, line h]** 圓錐曲線 c 鏡射於直線 h

# Chapter 5

## 從 GeoGebra 輸出

### 5.1 繪圖工作區輸出為圖片

您可在檔案清單中找到繪圖工作區 為圖片輸出, 在此 您可用點數指定圖片的 寬度 和長度, 預設值為繪圖工作區現有的大小。

從以下的格式中選擇:

**PNG - Portable Network Graphics:** 這是一個點陣圖形格式。轉換 PNG 圖片經常會減低品質。請使用 寬 和長來設定想要的大小,PNG 圖形檔很適合用在網頁 (html) 以及使用 Microsoft Word。

**EPS - Encapsulated Postscript:** 這是一個向量圖形格式。EPS 圖片轉換後 可保持原有品質。EPS 圖形檔很適合用在向量圖形程式例如: Corel Draw, 和專業 的文字處理軟體 如  $\text{\LaTeX}$ 。注意: 使用 EPS 在多邊形和圓錐曲線區內質地的透明度是無效的。

### 5.2 繪圖工作區到剪貼簿

您可在檔案清單中找到選項 繪圖工作區到剪貼簿, 輸出, 即可將 繪圖工作區的資料拷貝到到您系統的剪貼簿上成爲一 PNG 圖片檔。此圖形即可任意貼到 其他程式中 (例如: 一 Microsoft Word 文件)。

### 5.3 建構協定輸出為網頁

有兩種方法來開啓輸出 建構協定 視窗:

- 在 檔案 選單中 輸出, 您可找到選項 建構協定輸出網頁 (*html*).
- 在 觀看 選單中, 首先打開 建構協定, 您可在 檔案 選單中, 找到 輸出為網頁。

第二種方式比較彈性, 因您可在不同行的建構協定中任意開關 (詳見建構協定的觀看)。

在輸出的視窗中, 您可輸入標題, 作者和建構日期, 以及選擇輸出圖形或建構繪圖工作區的路徑。

您可用任何瀏覽器觀看輸出的 HTML 檔案 (例如: Mozilla, Internet Explorer), 且許多的文字處理軟體都能編輯 (例如: Frontpage, Word)。

## 5.4 動態工作底稿輸出為網頁

在 檔案 清單中, 您可找到動態工作底稿輸出為網頁(*html*) 來輸出。

在輸出的視窗中您可輸入標題、作者、日期和一些文字於動態建構的上下 (例如: 一建構和一些練習的描述)。建構本身也可以直接包含於一網頁或 按鈕來開啓。

注意: 動態建構的長度和寬度不要太大, 在瀏覽器中才能夠完全顯示。

輸出輸出動態工作底稿輸出為網頁會產生三種檔案:

1. *html* 檔案, 例如:*circle.html* - 此檔案會包括工作底稿本身
2. *ggb* 檔案, z.B. *circle.ggb* - 此檔案會包括您的 GeoGebra建構
3. *geogebra.jar* - 此檔案會包括 GeoGebra並且使您的工作底稿更為互動

所有三種檔案 - 例如: *circle.html*、*circle.ggb* 和 *geogebra.jar* -必須要放在同一個檔案夾 (路徑), 動態的建構才會作用。當然, 您也可以拷貝所有三種檔案到另一個檔案夾中。

注意: 輸出的 HTML file - 例如: *circle.html* -可用瀏覽器觀看 (例如: Mozilla, Internet Explorer)。為使動態的建構作用, 您必須安裝 Java。您可到<http://www.java.com> 找到免費的 Java。若您想在學校網路的電腦上使用您的工作底稿, 請要求您學校的電腦網路管理員在電腦上 安裝 Java。

您也可以用多數的文字編輯器來打開輸出的 HTML 檔案來修改工作底稿的文字 (例如: Frontpage, Word)。

# Chapter 6

## 選項

總體的選項可在 選項清單中作更改。欲改變物件設定, 請使用 系絡清單(3.1.1)。

### 6.1 擷取點

擷取點來加上網格

### 6.2 角度單位

決定決定角度是否以度數或 ( $^{\circ}$ ) 或弧度 (rad)。

輸入時兩種方式皆可 (度數或弧度)。

### 6.3 小數點位數

可調整小數點位數 : 0, 1, ..., 5。

### 6.4 圖形

決定輸出圖形在幾何視窗中的的好壞。

### 6.5 字體大小

以點數 (pt) 來決定字體大小。

## 6.6 語言

GeoGebra 使用多種與語言, 在此您可以改變現有的語言設定, 如此會改變所有的輸入和輸出的指令名稱。

西班牙語的版本由來自 Centro Babbage 的 *Liliana Saidon* 所撰寫  
(info@centrobabbage.com, Buenos Aires, Argentina)。

斯拉維尼亞語的版本由來自 Gimnazija Ptuj 的 *Stanislav Senveter* 所撰寫  
(stanislav.senveter@guest.arnes.si, Ptuj, Slovenia)。

中文的版本由來自台灣的 黃福坤 所撰寫  
(hwang@phy.ntnu.edu.tw, Taipei, Taiwan)。