**INSTITUTO COLOMBIANO PARA EL FOMENTO
DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR -ICFES-**
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA
Grupo de Evaluación de la Educación Básica y Media

"¿CÓMO ES LA EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS?"

Autor. Grupo de Evaluación de la Educación Básica y Media

2003

Introducción

En los instrumentos de evaluación utilizados para establecer la línea de base que dé indicios sobre la calidad de lo que se enseña y se aprende en matemáticas en la escuela, se ha considerado relevante retomar algunos aspectos de la educación matemática, y en particular de la formulación y resolución de problemas en matemáticas, que son posibles de valorar a través del tipo de prueba masiva, con ítems de selección múltiple con única respuesta.

Durante muchos años se han identificado dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como la desmotivación hacia el aprendizaje, las altas tasas de mortalidad académica, la apatía, la repitencia, la deserción y la creencia de que a un buen profesor de matemática no le aprueban la materia un número significativo de estudiantes. Además, existe la tendencia, un tanto generalizada, de considerar la matemática como algo inalcanzable e incomprensible, limitándose por esto su estudio, muchas veces, a la mecanización y a la memoria, y no a la comprensión de sus conceptos. Estas dificultades, entre otras, han generado diferentes estudios e investigaciones[1] sobre lo que "debería" ser o sobre cómo hacer matemática en la escuela, interrogantes de los que se encarga actualmente la educación matemática, la cual se considera como una disciplina en formación que pretende dar cuenta de los procesos que se dan en la escuela, desde y alrededor de la matemática.

Una de las premisas centrales de esta disciplina establece una diferencia entre la matemática de "*punta*" y la matemática escolar. La matemática que han llamado algunos autores de "*punta*" otros de "*investigación*", y que desde aquí se llamará *matemática*, se considera como un cuerpo de conocimientos dinámico que está en continua expansión, que se encarga del estudio y desarrollo de los objetos que han sido llamados matemáticos. Estos objetos, como lo define Rodríguez (1996), son *"síntesis de ciertas ocurrencias mundanas, que van constituyéndose a partir de la acción del ser humano sobre el mundo*"; es decir, los conceptos que estudia la matemática se refieren a características de objetos a-temporales y a-espaciales. Por ejemplo, el número no es un objeto que exista en lo concreto; la matemática se encarga de crearlo a través de la abstracción, como objeto con propiedades y relaciones.

El quehacer de esta matemática, de acuerdo con los planteamientos de Pólya (citado en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998), se centra en actividades como el desarrollo de demostraciones rigurosas, la construcción de sistemas axiomáticos, el reconocimiento de conceptos matemáticos que permiten analizar situaciones concretas, la inferencia de resultados, el planteamiento de

[1] Entre estas investigaciones se destacan los grupos de investigación de la Universidad de Granada: Luis Rico, Lorenzo Blanco; de la Universidad de Sevilla: Salvador Llinares; y de la Universidad Autónoma de Guerrero México: Crisólogo Dolores Flórez.

líneas de demostración y generalizaciones, entre muchas otras. Por su parte, Castro, Rico y Romero (1997) plantean que el hacer matemático implica interpretar situaciones matemáticamente, matematizar (cuantificar, visualizar o coordinar) sistemas estructuralmente interesantes y utilizar un lenguaje especializado, símbolos, esquemas, gráficos, modelos concretos u otros sistemas de representación para desarrollar descripciones matemáticas, o explicaciones, o construcciones que permitan plantear predicciones útiles acerca de tales sistemas.

Desde la educación matemática, estas actividades propias de los matemáticos se consideran fundamentales para desarrollar en la escuela, pues facilitan que el estudiante se pueda acercar a lo que constituye el quehacer matemático. Así mismo, tenemos en cuenta que en la institución educativa interactúan, además de los saberes básicos de la matemática (sus objetos, propiedades y relaciones), un mundo de valores, creencias, imaginarios, historias y formas de relacionarse que se atraviesan constantemente. Este inter-juego, estas prácticas pedagógicas alrededor de la matemática, esta matemática que se vive y se construye en la escuela es la que se llamará *matemática escolar*.

¿CUÁLES SON LOS REFERENTES DE LA EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS?

Para comprender la complejidad de la matemática escolar, la educación matemática se vale de diferentes disciplinas como la neurología (biología), la filosofía, la lingüística (semiología), la historia de las matemáticas, la antropología, la informática y la psicología. Vasco (1993) plantea que la educación matemática se ubica dentro del octágono de esas disciplinas que permiten pensarla como distinta, pero interdependiente de ellas. La interdependencia de la educación matemática con estas disciplinas ha permitido tener en cuenta modelos de funcionamiento cerebral en la construcción de conocimiento matemático, concepciones alrededor de la ciencia, del ser humano y de la sociedad, elementos para la comprensión del lenguaje matemático, la construcción a lo largo de la historia de los conceptos matemáticos en relación con otras disciplinas y con los contextos sociales del momento, y las etapas del desarrollo del niño.

Teniendo en cuenta los aportes de estos saberes, la educación matemática plantea que, en la escuela, el acercarse al conocimiento matemático implica un proceso de construcción social, en donde los objetos matemáticos no están totalmente acabados, están en continua construcción, y en el que el estudiante es considerado como uno de los protagonistas fundamentales de la construcción de este conocimiento; en este proceso va proporcionándole significado a los conceptos matemáticos desde sus diferentes vivencias. En concordancia con esta postura, el Ministerio de Educación Nacional en la *Serie Lineamientos Curriculares para Matemáticas*, plantea:

> *"El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del estudiante y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual. Su valor principal está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas, a cuyo domino hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo. La tarea del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que la matemática es una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas". (MEN, 1998)*

Ahora bien, desde la educación matemática se plantea que en el contexto escolar el estudiante debe acercarse al quehacer del matemático, el estudiante debe construir conocimiento significativamente alrededor de los conceptos que han configurado la matemática, y debe generar formas de interpretación y de construcción de situaciones desde los avances de la matemática. En este sentido, es indispensable pensar que los conceptos matemáticos están conectados con la actividad mental de los estudiantes.

Desde esta perspectiva y de acuerdo con los Lineamientos Curriculares del MEN, la matemática escolar debe promover el desarrollo del **pensamiento matemático**, el cual posibilita al estudiante describir, organizar, interpretar y relacionarse con determinadas situaciones a través de la matemática; en otras palabras, un pensamiento que facilita *matematizar la realidad*. Este planteamiento es acorde con lo planteado por educadores matemáticos, cuando se afirma que:

> *"Los fines que nosotros consideramos prioritarios en la educación matemática son los siguientes: 1) desarrollar la capacidad del pensamiento del alumno, permitiéndole determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar su razonamiento y su capacidad de acción. 2) Promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, así como su combinación para obtener eficacia o belleza... 3) Lograr que cada alumno participe en la construcción de su conocimiento matemático... 4) Estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas..." (Rico, 1995).*

Promover el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes implica abordar un enfoque de **formulación y resolución de problemas**[2] como eje orientador de la actividad pedagógica, incluyendo en ella la evaluación. Diferentes

[2] Si bien el enfoque de formulación y resolución de problemas fue propuesto por la psicología, se hará referencia a éste, como ya se había explicado antes, desde la educación matemática, que es la disciplina que se ha encargado de reflexionar y realizar estudios frente a la formulación y resolución de problemas matemáticos en el aula.

investigaciones[3] han demostrado que este enfoque contribuye al desarrollo del pensamiento matemático, pues los problemas se conciben como situaciones en las que los estudiantes identifican, seleccionan y usan estrategias pertinentes y adecuadas para obtener soluciones válidas en el contexto matemático; así, estas distintas acciones que posibilitan los problemas se consideran como una aproximación al quehacer del matemático.

Cabe anotar que los problemas siempre han ocupado un lugar en el currículo de matemática, pero las perspectivas bajo las cuales se han pensado los problemas han sido distintas. Así, el papel de la solución de problemas en la matemática de la escuela ha crecido bajo dos concepciones: la solución de problemas vista como una *herramienta básica para todos los estudiantes,* y la solución de problemas vista como una *actividad mental compleja.*

La solución de problemas vista como herramienta básica, ha llevado a que los problemas sean usados después de teorizar, como la aplicación de un concepto matemático a una tarea específica, en donde el estudiante mecaniza una serie de algoritmos. Son problemas que provocan o condicionan al estudiante para dar una respuesta de forma mecánica, lo que implica limitar las posibilidades de creación de nuevas estrategias.

La segunda concepción, considera los problemas como una actividad compleja, es decir, una actividad que involucra procesos cognitivos superiores como la visualización, la asociación, la abstracción, la comprensión, la manipulación, el razonamiento, el análisis, la síntesis y la generalización. Al respecto, algunos estudios sobre la forma en que los estudiantes resuelven problemas, han demostrado que la reflexión que éste hace de sus propias acciones ligadas a este proceso, posibilita la modificación de sus estructuras cognitivas.

Las situaciones que se plantean para las pruebas de matemáticas asumen la segunda concepción, pues el problema se constituye en una situación que lleva a que el "resolutor" (en este caso el estudiante) ponga en juego diferentes procesos para su resolución. Así, el resolver un problema implica la conjugación de la experiencia previa, el conocimiento y la intuición, que permitirán la re-elaboración de hechos, conceptos y relaciones, pues no puede ser resuelto de forma mecánica. Shoenfeld (citado por Trigo) al respecto, explica que en la resolución de problemas intervienen, por lo menos, aspectos como los recursos matemáticos, las estrategias heurísticas, la autorregulación o monitoreo, el control del proceso de solución, y las ideas y creencias acerca de la matemática; es decir, resolver un problema requiere poner en acción el sentido construido alrededor de los conceptos matemáticos, "poner en uso la matemática"; en dicha relación, se

[3] Al respecto se destacan las investigaciones de George Pólya y Luz Manuel Santos Trigo, CINVESTAV (Centro de Investigación y Estudios Avanzados) México; y de Alan Shoenfeld investigador de la Universidad de Berkeley.

construyen una o varias soluciones, en las que son válidas diferentes estrategias o planes de acción.

> *En el desarrollo de la resolución de problemas en matemáticas, se consideran diferentes tipos de problemas e inclusive diversas formas de clasificarlos. Por ejemplo, Pólya propone una clasificación de los problemas como de rutina y de no-rutina. Los primeros pueden ser resueltos aplicando directa y mecánicamente una regla que el alumno no tiene dificultad para encontrar. También pertenecen a este tipo, los que demandan la utilización correcta de un término o símbolo del vocabulario matemático pero no hay en ellos invención alguna, ni desafío a la inteligencia. Los segundos, son aquellos que requieren del alumno un cierto grado de creatividad y de originalidad, son problemas para los cuales no se puede identificar en forma directa un modelo de solución pues requieren de estrategias como adivinar, chequear, trabajar hacia atrás, explorar patrones, argumentar,* […]

Desde otra perspectiva, Fredericksen (citado por Trigo 1996) sugiere tres categorías para la clasificación de los problemas: *los bien estructurados*, *los estructurados* y *los mal estructurados*. Los problemas bien estructurados hacen referencia a aquellos problemas que aparecen claramente formulados, que se resuelven con la aplicación de un algoritmo conocido y en los que existen criterios para verificar si la solución es correcta. Los problemas estructurados requieren un "pensamiento productivo", son semejantes a los bien estructurados, sin embargo, estos requieren el diseño de todo el proceso de solución o parte de éste. Por último, los problemas mal estructurados carecen de una clara formulación, de un procedimiento que garantice una solución y no existen criterios definidos para determinar cuándo se ha obtenido una solución.

Igualmente, Lorenzo Blanco (1991), al plantear cómo los avances en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica surgen fundamentalmente de una "nueva disposición para resolver problemas", propone una clasificación de problemas que, sin pretender ser exhaustiva, toca elementos centrales para el análisis de niveles o grados de complejidad para su resolución. Dicha clasificación es la siguiente:

- Ejercicios de reconocimiento: en los que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.
- Ejercicios algorítmicos o de repetición: se resuelven con la ejecución de algún algoritmo, a menudo numérico, para reforzar alguna expresión matemática o para potenciar destrezas de cálculo.

Aunque estas dos categorías no se consideran propiamente dentro de la clasificación de problemas, pueden contribuir a su diferenciación, por ejemplo:

- Problemas de traducción simple o compleja, los cuales implican una traducción del enunciado a una expresión matemática. Esta traducción moviliza conocimientos conceptuales y procedimentales en el estudiante para su resolución.
- Problemas de procesos, en lo cuales la traducción a expresiones matemáticas no está explícita en su estructura por lo que se requiere buscar diversas estrategias de solución
- Problemas sobre situaciones reales que se requieren matematizar para encontrarles solución. Esta matematización es de por sí un proceso complejo que involucra aspectos no solamente de contenido matemático sino de decisión sobre aspectos de la vida real.
- Problemas de investigación matemática, relacionados directamente con contenidos matemáticos, sugieren la búsqueda o "descubrimiento" de algún modelo para solucionarlo.
- Problemas de *puzzles* son aquellos que acuden al ingenio del resolutor para solucionarlos, sin que necesariamente medien procesos matemáticos.
- Historias matemáticas, se conciben como libros de cuentos que proyectan ciertas cuestiones matemáticas que elicitan la curiosidad y la participación del lector.

Cuando hablamos de problema, además de los planteamientos anteriores, pensamos que resolverlo no es sólo llegar a la respuesta, lo cual es importante, sino que para llegar a ella se requieren diferentes procesos que se cruzan constantemente como la comprensión, el planteamiento y elección de estrategias, y la verificación. Rico (1990) al respecto señala:

> *"Resolver problemas no se reduce a usar la matemática conocida, requiere de una gran dosis de creatividad y reelaboración de hechos, conceptos y relaciones, en el sentido más real del término, RESOLUCION DE PROBLEMAS es CREAR Y CONSTRUIR matemática. Memorizar y repetir todas las reglas deductivas que operan en un sistema formal fuertemente estructurado constituye a veces una derivación del comportamiento real del matemático. Confundir los procesos de producción y elaboración del conocimiento matemático con sus resultados cristalizados es un error frecuente en nuestra enseñanza; por ello, la resolución de problemas constituye no sólo una buena estrategia metodológica sino que supone una forma de aproximación más real al trabajo en matemática. (Rico, 1990)"*

Desde esta concepción sería importante pensar que la formulación y resolución de problemas debiera ser la directriz del currículo en matemática, como lo han planteado los lineamientos curriculares de Colombia y los estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática (NCTM, 1998) de los Estados Unidos:

> *"La resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero, esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, mas bien deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprehendidos".*

Ahora bien, se considera que el trabajo orientado por este enfoque, facilita que el estudiante construya significados sobre y desde la matemática, en la medida que la usa y la puede relacionar con su cotidianidad; además, promueve el desarrollo de procesos cognitivos de orden superior, los cuales son necesarios en una formación autónoma. Por ello planteamos que la matemática escolar, pensada desde la formulación y resolución de problemas, puede contribuir a la consecución de los fines de la educación en Colombia al desarrollar un pensamiento crítico, reflexivo y analítico, necesario para crear disciplina y habilidades de trabajo, promover el desarrollo de la autonomía, facilitar los procesos de participación y promover el pensamiento científico.

Así, el enfoque de formulación y resolución de problemas se preocupa no solamente por el conocimiento matemático que estructura el estudiante, sino por todos los procesos que intervienen en la construcción del pensamiento matemático. A partir de esto, se considera este enfoque como determinante en el diseño de los problemas de las pruebas y la caracterización de los niveles de logro de las competencias en matemáticas, pues la evaluación basada en éste, permite acercar la matemática a situaciones cotidianas, a la vez que permite al estudiante contextualizar, modelar y matematizar situaciones del mundo real.

¿QUÉ EVALÚAN LAS PRUEBAS?

A partir de la formulación y resolución de problemas, puede hacerse una aproximación al estado del pensamiento matemático de los estudiantes, y por ende, al establecimiento del estado de la calidad de la educación matemática en este aspecto específico. Es claro que reconocer el estado de pensamiento matemático es un proceso posible, sólo a partir de ciertos indicadores. Uno de tales indicadores son las competencias en matemáticas, vistas como manifestación del saber/hacer del estudiante en el contexto matemático. Este saber/hacer implica que el estudiante ponga en juego tres aspectos que están integrados y que configuran la competencia como tal; éstos se refieren *al conocimiento matemático, a la comunicación y a las situaciones problema*. Así, para poder dar cuenta de la competencia de un estudiante, se ve como necesario que al enfrentarse a una situación problema, logre matematizarla modelándola a partir de las diferentes relaciones que establezca entre los conceptos que le subyacen. A continuación se hace una breve descripción de los aspectos antes mencionados.

El conocimiento matemático: Para establecer desde dónde y cómo se ve el conocimiento matemático escolar, se partió de una concepción en la cual se reconocen dos aspectos, el conceptual y el procedimental, según lo plantea Rico (1990).

a) *El conocimiento conceptual* se refiere a una serie de informaciones conectadas entre sí mediante múltiples relaciones, que constituyen lo que se denomina estructura conceptual. Rico reconoce tres niveles en el campo conceptual:

Los hechos: son unidades de información que sirven como registro de acontecimientos. Conviene tener en cuenta que tomados aisladamente los hechos carecen de significado, el cual se da al interior de una estructura matemática.

Los conceptos: se consideran como una serie de unidades de información (hechos) conectadas entre sí por medio de relaciones. Los conceptos se representan mediante sistemas simbólicos y gráficos.

Las estructuras conceptuales: en ellas los conceptos se unen o se relacionan, constituyendo en ocasiones, conceptos de orden superior. Así, el manejo significativo de la estructura conceptual va más allá de la memorización de definiciones, y permite establecer propiedades e inferir conclusiones a partir de los conceptos básicos de cada estructura. *"Son los conceptos y las estructuras conceptuales los que constituyen la esencia del conocimiento matemático organizado*" (Rico, 1990).

De esta forma, el conocimiento conceptual, evidenciado por el dominio de los hechos y de los conceptos matemáticos, adquiere significado dentro de una estructura, y es precisamente en ella que desempeña su papel.

b) *El conocimiento procedimental* se refiere a la forma de actuación o de ejecución de tareas matemáticas que van más allá de la ejecución mecánica de algoritmos. En él se distinguen tres niveles:

Destrezas: suponen el dominio de los hechos; tienen significado para quien las utiliza y su ejecución debe darse al interior de una estructura conceptual. Según el campo de la matemática escolar donde operen, se distinguen entre destrezas aritméticas, geométricas, métricas, gráficas, y de representación.

Razonamientos en matemáticas: un razonamiento (según Giménez, 1997) es un conjunto de enunciaciones y procesos asociados que se llevan a cabo para fundamentar una idea en función de unos datos o premisas y unas reglas de inferencia. En la construcción de las pruebas se toman en consideración algunos razonamientos matemáticos que se pueden caracterizar así:

i. Pretende descubrir o explicitar generalidades mediante la observación y la combinación de casos particulares, tratando de encontrar regularidades y patrones.
ii. Llevan a establecer relaciones y sentido espacial.

<u>Estrategias:</u> consideradas como formas de responder a una determinada situación dentro de una estructura conceptual. Dado que el conocimiento matemático es dinámico, hablar de estrategias implica ser creativo para elegir entre varias vías la más adecuada o inventar otras nuevas para responder a una situación. El uso de una estrategia implica el dominio de la estructura conceptual, así como grandes dosis de creatividad e imaginación, que permitan descubrir nuevas relaciones o nuevos sentidos en relaciones ya conocidas. Entre las estrategias más utilizadas por los estudiantes en la educación básica se encuentran la estimación, la aproximación, la elaboración de modelos, la construcción de tablas, la búsqueda de patrones y regularidades, la simplificación de tareas difíciles, la comprobación y el establecimiento de conjeturas.

Aunque los procedimientos constituyen una herramienta que permite encontrar un resultado, no se consideran de manera aislada de las estructuras conceptuales subyacentes a las situaciones problema, ya que éstas permiten elegir, modificar o generar procedimientos que se adecuen a las situaciones en las que sea presentado el concepto.

La comunicación: Se refiere a la posibilidad del estudiante para leer y escribir matemática; implica que pueda interpretar, traducir y simbolizar desde y hacia un lenguaje matemático. Así, los problemas que se incluyen en las pruebas requieren de la traducción y simbolización en diferentes formas de representación usadas en la matemática escolar. Siguiendo a Castro, Rico y otros, la noción de representación "debe tener la dualidad del concepto, para pensar sobre ideas matemáticas y comunicarlas, se hace necesario representarlas de algún modo. La comunicación requiere que las representaciones sean externas, tomando la forma de lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos".

Como ha sido reconocido, las formas de representación en matemáticas son cruciales para la comprensión de los objetos matemáticos[4]. Algunos autores

[4] Lesh, Rico, E. Castro, Janvier, A. Bell, Duval, entre otros autores, han trabajado el problema de la representación en matemáticas, asociado a la comprensión de los objetos matemáticos escolares y sus implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje.

plantean aspectos relevantes de la representación en la resolución de problemas, como que "*no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación*" (Duval, 1999) y que "*hacer matemáticas implica más que la simple manipulación de símbolos matemáticos; implica interpretar situaciones matemáticamente; implica matematizar (o sea, cuantificar, visualizar o coordinar) sistemas estructuralmente interesantes; implica utilizar un lenguaje especializado, símbolos, esquemas gráficos, modelos concretos u otros sistemas de representación para desarrollar descripciones matemáticas o explicaciones, o construcciones que permitan plantear predicciones útiles de tales sistemas*" (Rico, 1997).

De esta manera, se plantea que el significado de las estructuras matemáticas que se trabajan en el aula se pueden rastrear o caracterizar a través de diferentes sistemas de representación que les son propios, pero en cada uno de los cuales se privilegian características diferentes sobre esa estructura matemática. Cuando un estudiante se enfrenta a resolver un problema que se le plantea, está implícita o explícitamente reconociendo elementos de los sistemas de representación, asumiendo con ellos descripciones que implican presunciones acerca de las relaciones matemáticas que subyacen a la situación problema.

Asumiendo lo anterior, las tareas que se proponen a los estudiantes a través de estas pruebas, les exigen el reconocimiento, no solamente del objeto matemático, sino también desde qué perspectiva el tipo de representación que se plantea, le permite analizar la información. Como lo menciona Di Sessa (citado por LESH. R. 1997) *"Las capacidades matemáticas en las que se hace hincapié, a menudo, insisten en la comunicación, la planificación, el seguimiento y otros tipos de pensamiento de alto rango que reclaman capacidades de representación; es decir, que los estudiantes tienen que ir más allá de pensar con una representación matemática dada para pensar además acerca de la potencia o debilidad relativa de las representaciones alternativas".*

Las formas de representación consideradas para estas pruebas son de tipo *verbal* (en las que se incluyen los lenguajes natural y simbólico), *gráfico* (pictogramas, diagramas, gráficas) y *tabular*[5]*.* Estas formas de representación se consideran tanto para el enunciado del problema como para las opciones de respuesta presentadas.

Las Situaciones: Las situaciones se refieren a unidades de significado a través de las cuales puede atribuírsele determinado sentido matemático a un

[5] Claude Janvier presenta una tabla 4x4 en la que relaciona diversos procesos de traslación involucrando estas mismas cuatro formas de representación: situaciones o descripciones verbales, tablas, gráficas y fórmulas (ecuaciones); estos procesos se refieren a medición, lectura, cómputo, interpretación, modelación, esquematización, entre otros. Por ejemplo, en el caso de las funciones, una representación tabular da una visión cuantitativa de ésta, mientras la gráfica y la ecuación posibilitan tener una mirada de las características globales de la función estudiada, tanto cualitativa como cuantitativa (variaciones, crecimiento, continuidad, concavidad, máximos, mínimos, etc.).

problema, es decir, son instrumentos para la matematización, ofreciendo la posibilidad de modelar conceptos matemáticos; por ende, los problemas deben referirse a situaciones cercanas al estudiante, situaciones cotidianas, situaciones ficticias o hipotéticas, juegos y situaciones matemáticas.

Según Webb (1979), existen varios criterios para clasificar los tipos de situaciones que se pueden proponer, entre ellos, la presentación de los problemas mediante dibujos o grabados, el manipulativo, el pictorial, el simbólico, el verbal, o una combinación de varios de estos modos y el de escenario-marco, que se puede distinguir entre familiar y no familiar, aplicado y teórico, concreto y abstracto, hipotético y de hecho, convencional o imaginario. De hecho, el uso de diversas representaciones hace que las situaciones sean significativas o modeladoras, que apunten al desarrollo de un concepto en particular o a la aprehensión de significados que son utilizados dentro de la situación.

En los problemas que se plantean a los estudiantes en estas pruebas, se pretende que las situaciones sean de diverso tipo, aunque generalmente se reconoce el uso solamente de problemas tipo texto en los cuales sólo se exige una modelación de un concepto y el estudiante trata de aplicar únicamente conocimientos ignorando lo nuevo que le puede aportar la situación cuando la está desarrollando. Al respecto, Santos Trigo (1996) plantea que "*cuando los problemas se establecen en contextos específicos como los que se encuentran en los libros de texto, parece que el conocimiento específico de la materia relacionada juega un papel determinante, sin embargo, cuando el problema es no familiar, la presencia de estrategias generales se hace más notable en el proceso de solución*".

Teniendo en cuenta los anteriores planteamientos, el propósito de estas pruebas es determinar niveles de logro (ver capítulo 3) en las competencias en matemáticas de los estudiantes en la educación básica, a través del enfoque de formulación y resolución de problemas matemáticos como estrategia de evaluación. En las Tablas 1.3 y 1.4 se describen las características de los niveles de logro para los grados 3, 5, 7 y 9.

Tabla 1.3
Niveles de Logro en Matemáticas Grados 3 y 5

GRADO	NIVEL B	NIVEL C	NIVEL D
3º y 5º	En este nivel se proponen problemas rutinarios en los que la información necesaria para resolverlos se encuentra en el enunciado. Además, la información, está en el orden en que se debe operar para resolverlos, requiriendo tan sólo de una operación o una relación para su resolución. Las situaciones a las que hacen referencia son de carácter concreto, las cuales se pueden considerar como cotidianas para el estudiante, en la medida en que son situaciones tipo que usan los maestros para “enseñar” ciertos conceptos. Para resolver estos problemas se necesita solamente una estrategia de un área del conocimiento matemático: aritmética, geometría o estadística.	En este nivel se proponen problemas no rutinarios simples. Al igual que los anteriores, la información necesaria para resolverlos se encuentra en el enunciado, sin embargo, se diferencian de los del nivel anterior porque en éstos es necesario reorganizar la información para poder resolverlos. Los problemas, en su mayoría, son planteados en situaciones hipotéticas, caracterizados en su lenguaje por la forma "*si sucede x, pasaría que...”* Para solucionar los problemas también se requiere una sola estrategia de alguna de estos dominios: aritmética, geometría o estadística.	En este nivel se proponen problemas no rutinarios complejos. Los datos del enunciado no determinan por sí mismos el posible desarrollo de su resolución; los datos no están puestos en el orden en el que el resolutor debe operar con ellos. Además de que los datos no están organizados, se requieren otros pasos para su resolución, de tal forma que es imposible resolverlos a través de uno sólo. Estos problemas están planteados en situaciones hipotéticas o no rutinarias para el estudiante, es decir, situaciones que no son las típicas en el trabajo de determinados conceptos matemáticos en la escuela. Su resolución implica la combinación de estrategias de los diferentes dominios de la matemática como son aritmética y geometría, aritmética y estadística.

* En los grados tercero y quinto se reconocen tres niveles de logro: nivel B, nivel C y nivel D

Tabla 1.4
Niveles de Logro en Matemáticas Grados 7 y 9

GRADO	NIVEL C	NIVEL D	NIVEL E	NIVEL F
7º y 9º	En este nivel, en el enunciado de los problemas aparece explícita la información necesaria para su resolución, y suele, implícitamente, indicar la estrategia a seguir. A diferencia de los grados tercero y quinto, estos problemas requieren del manejo de dos variables en el enunciado y el establecimiento de relaciones de dependencia entre ellas. En estos problemas el estudiante debe establecer la misma relación en cada una de las opciones de respuesta.	En este nivel la información necesaria para resolver los problemas se encuentra explícita en el enunciado, sin embargo, no se insinúa una estrategia a seguir, sino que el estudiante debe reorganizar la información para establecer un camino para resolver el problema; pueden implicar también la búsqueda de una regularidad o patrón y en general, subyace a estas situaciones la relación entre dos variables.	En los problemas de este nivel no aparecen explícitamente ni datos ni relaciones que permitan realizar directamente una modelación, lo que posibilita diferentes formas de abordar el problema. El estudiante debe descubrir en el enunciado relaciones no explícitas que le permitan establecer una estrategia para encontrar la solución; estas relaciones implican dos o más variables que se ponen en juego en la situación o que no aparecen en ella pero son requeridas. Además, el estudiante debe poner en juego un conocimiento matemático más estructurado, es decir, debe establecer relaciones entre los datos y condiciones del problema.	En este nivel se ubican los estudiantes que son capaces de resolver problemas no rutinarios complejos. El estudiante debe descubrir en el enunciado relaciones no explícitas que le posibiliten establecer una estrategia para encontrar la solución. Requiere establecer sub-metas y utilizar estrategias involucrando distintos tópicos del conocimiento matemático. Para la resolución de éstos problemas, el estudiante pone en juego un conocimiento matemático que da cuenta de un mayor nivel de conceptualización logrado.

* En los grados séptimo y noveno se reconocen cuatro niveles de logro: nivel C, nivel D, nivel E y nivel F.

Es necesario tener en cuenta que si bien la caracterización de los niveles es similar en los diferentes grados, en tanto se reconocen los mismos tipos de problemas y las acciones que implica la resolución de estos, la complejidad de los niveles de un grado a otro es diferente, desde aspectos disciplinares propios de cada grado (sintaxis, semántica, conceptos, hechos...), y las relaciones que se involucran en cada problema. Los grados 3 y 5 constituyen un caso particular, en donde el nivel B se caracteriza de la misma manera, pero la formalidad del lenguaje que se usa para estructurar las situaciones y las preguntas en los dos grados, se va haciendo más exigente. Por ejemplo, el conocimiento que los estudiantes han logrado construir sobre las fracciones, en grado tercero se analiza desde las representaciones gráficas, involucrando fracciones usuales como 1/2, en donde el razonamiento que se pone en juego implica una mirada a la fracción desde la interpretación parte-todo, y además, se establecen relaciones entre un número particular de partes y el número total de partes. En quinto, la fracción no sólo es vista desde las representaciones gráficas, sino también en contextos en donde se requiere otro tipo de interpretación, por ejemplo, la fracción como razón, en donde es necesario establecer relaciones entre medidas, es decir, la fracción se asume como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud.

Adicionalmente, con el fin de que los resultados puedan sugerir ciertas fortalezas y debilidades que promuevan acciones de mejoramiento, se han definido grupos de preguntas o tópicos, partiendo de lo que se ha conceptualizado como competencias en matemáticas, haciendo énfasis en el conocimiento matemático.

Desde la caracterización descrita anteriormente sobre conocimiento matemático, y las consideraciones acerca del conocimiento conceptual y procedimental, se establecen cuatro tópicos en los que se pueden diferenciar más claramente estructuras y estrategias propias de cada uno de ellos: aritmética, geometría y medición, estadística y probabilidad, y álgebra. Cabe anotar que esta es una de las posibles formas de organizar el conocimiento matemático, entre otras que se podrían sugerir (Tablas 1.5 y 1.6).

Es importante tener en cuenta, en el análisis por tópicos, algunos aspectos sobre su organización, pertinencia y énfasis:

- El énfasis que se hace en cada uno de estos tópicos está determinado fundamentalmente por el grado para el que se elabora la evaluación.
- Los recorridos conceptuales pueden iniciarse, dependiendo del grado, en lo nocional del concepto evaluado e ir creciendo en complejidad hasta llegar a la formalización esperada en la educación básica.
- En cada uno de los grados se evaluarán los tópicos pertinentes.

Tabla 1.5
Grupos de Preguntas Pruebas de Matemáticas, Grados 3, 5 y 7

	ARITMÉTICA	**GEOMETRÍA Y MEDICIÓN**	**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**
3º	En este tópico se enfrenta a los estudiantes al uso significativo de los números naturales, en situaciones que les exigen una conceptualización de ellos, desde lo estructural y procedimental de este universo numérico. Así, se evalúan aspectos como: nociones sobre la estructura aditiva, acercamiento a la estructura multiplicativa, conceptualización de valor posicional, relaciones de orden en números naturales, identificación de patrones numéricos.	En este tópico se enfatiza el uso de la medida y el reconocimiento de formas geométricas básicas, caracterizadas a través de sus elementos y propiedades. Así, se evalúan aspectos como: reconocimiento de figuras geométricas, nociones de perímetro y área en figuras planas, seguimiento de patrones, mediciones con unidad patrón (convencional y no convencional).	En este tópico se proponen situaciones en las que se requiere el reconocimiento de datos en diferentes formas de representación usuales en la estadística, y la exploración de las posibilidades y arreglos, como un acercamiento al campo de la combinatoria y la permutación.
5º	Además de explorar otras relaciones en los números naturales, en este grado se explora otro universo numérico, los racionales positivos, pero vistos desde sus representaciones de fracción y decimal, a partir de las relaciones y propiedades que se reconocen en él. Así, se evalúan aspectos como: nociones sobre estructuras aditiva y multiplicativa, noción de fracción (como cociente, como parte de un todo, como decimal, como razón), relaciones de divisibilidad, descomposición de números y factores primos.	En este grado, se exploran las propiedades y características de cuerpos, superficies y líneas, así como algunos movimientos en el plano. En el caso de la medición, se enfatiza el uso de diversas magnitudes en la solución de situaciones. Se evalúan aspectos como: noción de perímetro y de área por recubrimiento, identificación de figuras geométricas a través de sus propiedades, rectas, posiciones relativas (perpendicularidad, paralelismo), propiedades de las figuras, transformaciones (rotaciones y traslaciones).	En este grado, aunque se siguen utilizando las diversas representaciones de datos, se pretende hacer énfasis en el análisis y la comparación, así como en el conteo y las posibilidades, como un acercamiento cada vez más formal a la probabilidad (dado que ya hay un trabajo sobre las fracciones). Así, se evalúan aspectos como: posibilidades, conteo, representaciones (gráficas, tabulares), interpretación de información y determinación de porcentajes.
7º	Cada vez se van ampliando los universos numéricos a evaluar, incluyendo ahora los racionales y los enteros, enfatizando en su uso en diferentes situaciones significativas (usando el número para medir, para contar, para ordenar) y explorando sus propiedades y relaciones. Se evalúan aspectos como: aplicaciones de la multiplicación y de la división, y sus algoritmos en el conjunto de los números naturales, racionales y enteros; aplicaciones de máximo común divisor y mínimo común múltiplo; conceptualización y representación de números enteros y racionales.	Las nociones tratadas en los grados anteriores se van formalizando cada vez más, utilizando argumentos matemáticos para describir figuras geométricas, identificar y reconocer propiedades y relaciones. En el caso de la medición, se enfatiza el uso de diferentes sistemas de medida, reconociendo sus unidades y patrones, en situaciones cotidianas y matemáticas. Se evalúan aspectos como: conceptualización de perímetro y de área, relaciones y propiedades geométricas, propiedades y clasificación de figuras planas y sólidos, movimientos en el plano.	En este grado se hace énfasis en el reconocimiento e interpretación de medidas de tendencia central a partir de datos dados, así como en el análisis de información y en la determinación de probabilidades en espacios muestrales sencillos. Se evalúan aspectos como: nociones de combinatoria, lectura e interpretación de gráficas, nociones de probabilidad y aleatoriedad, noción de promedio y porcentajes.

Tabla 1.6
Grupos de Preguntas Pruebas de Matemáticas, Grado 9

	ARITMÉTICA	GEOMETRÍA Y MEDICIÓN	ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	ALGEBRA
9º	En este grado, los universos numéricos se amplían en su conceptualización, y se exige su uso de manera más formal en las diferentes situaciones que se plantean. Se evalúan aspectos como: aplicaciones del concepto de multiplicación y división y sus algoritmos, en el conjunto de los números enteros, conceptualización y representación de números racionales y sus distintas significaciones, seguimiento de patrones y generalización.	En este grado, se enfatiza el uso de teoremas, relaciones y propiedades como insumos necesarios para la resolución de diferentes situaciones. Se evalúan aspectos como: conceptualización de diversas magnitudes (longitud, superficie, capacidad, peso, amplitud angular), relaciones y propiedades de objetos geométricos, conceptualización de la longitud de la circunferencia y área del círculo, movimientos en el plano, utilización de patrones de medida.	En este grado se exige el análisis de información desde las distintas interpretaciones y sentidos de medidas de tendencia central, haciendo inferencias sobre los datos dados para la toma de decisiones. Sobre la probabilidad, se exige su uso de una manera más formal dándole sentido desde el contexto particular. Se evalúan aspectos como: combinatoria y permutación, lectura e interpretación de gráficas, nociones de probabilidad y aleatoriedad, promedio y porcentajes.	Este tópico sólo se introduce para este grado, a través del cual se pretende explorar la comprensión de patrones, relaciones y funciones en diversos contextos, reconociendo la variable y la modelación como elementos centrales del trabajo en álgebra. Se evalúan aspectos como: traducción de lenguajes (simbólico, tabular, gráfico), ecuaciones lineales con una sola incógnita, manejo de la letra como número generalizado, incógnita y variable, construcción de relaciones métricas, conceptualización de funciones lineales y cuadráticas.