LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO ESTRATEGIA PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN MATEMÁTICA

Gilberto Obando Zapata
John Jairo Múnera Córdoba

INTRODUCCIÓN

Mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un saber como la matemática implica reorganizar el currículo de modo que éste se pueda movilizar desde una orientación metodológica participativa que integre otras alternativas diferentes a la presentación lineal y abstracta de los contenidos matemáticos. Al respecto de una intervención pedagógica desde un enfoque participativo, el profesor Orlando Mesa, manifiesta:

> *Las interacciones entre el estudiante, el objeto a conocer y el docente deben ser fuertemente participativas: El estudiante deseando conocer por él mismo, anticipando respuestas, aplicando esquemas de solución, verificando procesos, confrontando resultados, buscando alternativas, planteando otros interrogantes. El docente, integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para los alumnos, respetando estados lingüísticos, culturales y cognitivos de sus estudiantes, acompañando oportunamente las respuestas y las inquietudes y sobre todo, planteando nuevas preguntas que le permitan al estudiante descubrir contradicciones en sus respuestas o "abrirse" a otros interrogantes* (Mesa, 1993, 12).

Una alternativa para lograr niveles amplios de participación puede ser a través del diseño e implementación de situaciones problema, tal como lo proponen los *Lineamientos curriculares, Matemáticas* (MEN, 1998), de modo que se genere en los estudiantes procesos de actividad matemática que les faciliten la construcción de los conocimientos.

SITUACIÓN PROBLEMA: UNA PRIMERA APROXIMACIÓN

Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación.

Respecto a lo que es una situación problema, Moreno y Waldegg escriben:

> *[...] La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:*
> · *Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.*
> · *Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.*
> · *Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores [...]* (2002, 56)

SITUACIÓN PROBLEMA: CAMINO A LA CONCEPTUALIZACIÓN

La situación problema debe permitir al estudiante desplegar su actividad matemática a través del desarrollo explícito de una dialéctica entre la exploración y la sistematización. Esto implica que la situación problema debe tener, como parte de los elementos que la constituyen, dispositivos que permitan a los alumnos desarrollar, de manera autónoma, procesos de exploración tales como la formulación de hipótesis, su validación, y si es del caso, su reformulación. Este trabajo permite la elaboración conceptual de los objetos matemáticos presentes en la situación (sistematización), esto es, las situaciones problema deben permitir un camino que recree la actividad científica del matemático, en el ejercicio de su autonomía intelectual.

Lo importante es que la situación problema vincule de manera activa al estudiante en la elaboración teórica, haga del arte de conocer un proceso no acabado, permita utilizar aspectos contextuales como herramientas dinamizadoras de aprendizaje y relacione las conceptualizaciones particulares con las formas universales socialmente construidas. En este sentido, Guy Brousseau, expresa:

> *El trabajo intelectual del alumno debe por momentos ser comparable a esta actividad científica. Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas; sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles solución. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigirá que él actúe, formule, observe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etc.* (1993, 4-5).

Así, la situación problema es una vía fundamental para la conceptualización:

> *[...] la formación de conceptos es un proceso creativo, no mecánico ni pasivo; [...] un concepto surge y toma forma en el curso de una operación compleja encaminada a la solución de un problema, y [...] la mera presencia de condiciones externas favorables a una vinculación mecánica de la palabra y el objeto no basta para producir un concepto [...]* (Vigotsky, 1995, 119).

Si bien es cierto que Vigostky plantea que la presencia de un problema no es el único factor que interviene en la formación de los conceptos, también lo es que, para él, el problema es la base fundamental que desencadena dicho proceso. Desde su perspectiva, el problema desencadena una serie de procesos psicológicos que llevan a la formación de símbolos y palabras sobre las cuales se elabora el concepto. Por lo tanto, la situación problema, además de permitir el establecimiento de relaciones, asociaciones, inducciones, deducciones, representaciones, generalizaciones, etc., propicia niveles de estructuración simbólica y de lenguaje matemático, elementos básicos en la construcción de conceptos matemáticos.

LA SITUACIÓN PROBLEMA: CAMINO A LA GENERALIZACIÓN

Consecuentemente con los planteamientos anteriores, la situación problema, al propiciar espacios que permitan particularizar, conjeturar, verificar y argumentar (elementos característicos del razonamiento matemático), se convierte en escenario natural para el camino a la generalización.

La actividad matemática del alumno tiene un objetivo primordial: hacer que alcance esquemas generales de pensamiento, es decir, que pueda, ante una determinada situación, reconocer un caso particular de una clase general de problemas, o a la inversa, que pueda ver los casos particulares a través de clases generales de problemas. Pero dado que la construcción del conocimiento es contextualizado por naturaleza,[1] entonces, el paso a la generalización no es ni fácil ni inmediato. Esto implica que el profesor debe proponer múltiples situaciones en variados contextos, con el fin de lograr que el alumno pueda identificar los invariantes comunes a todas las situaciones, que son los elementos constitutivos estructurales del conocimiento que se le desea enseñar, y entonces, pueda entrar a diferenciarlos de los elementos particulares de cada situación. La identificación de estos invariantes permite la constitución de esquemas generales de pensamiento.

Pero una vez construidos estos esquemas generales de pensamiento, se debe tener la posibilidad de utilizarlos en la solución de situaciones particulares, es decir, se debe tener la posibilidad de tratar una situación particular como el representante de una clase general, y por tanto, en su solución, proceder a partir de los elementos estructurales que la conforman, y no sobre la base de aspectos particulares a la situación. En este sentido, generalizar es algo más complejo que ir de lo particular a lo general; es también recorrer el camino en el sentido inverso: la generalización no es sólo ver lo general a partir de lo particular, sino, también, ver en lo particular la representación de lo general.

VER LO GENERAL A PARTIR DE LO PARTICULAR: EL RECONOCIMIENTO DE INVARIANTES ESTRUCTURALES.

Como se dijo en el párrafo anterior, la generalización, como aquello que permite ver lo general a través de lo particular, está directamente relacionada con la identificación de invariantes. Cuando un alumno desarrolla su actividad a través de una serie de situaciones para acceder a la formulación general de un conocimiento, debe identificar y distinguir lo que es particular a cada una de las situaciones (la forma) de lo que es común a todas ellas (lo estructural) y que, por tanto, constituye lo invariante que caracteriza el conocimiento que se les quiere enseñar.

Por ejemplo, tanto en los libros de texto, como en los dibujos realizados por el profesor en clase, los triángulos rectángulos por lo general se presentan como se muestra en la figura 1.

[1] La naturaleza contextual del conocimiento hace referencia a que el aprendizaje no es un acto individual, sino del individuo en contexto, y que el contexto no sólo influye el aprendizaje, sino que determina la naturaleza del mismo.

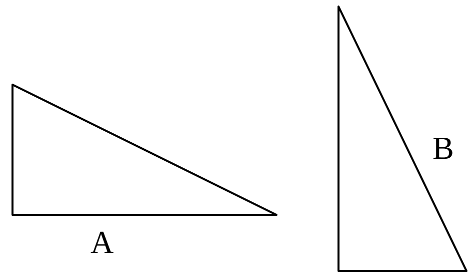

Figura 1. Formas generalizadas de representar un triángulo rectángulo

DIAGRAMADORA: POR FAVOR ENMARCAR LA FIGURA, CON EL SUBTÍTULO FUERA.

Dado que casi siempre aparecen estos dos tipos de representaciones, entonces, para el alumno, pueden llegar a ser más significativos en el aprendizaje sobre los triángulos rectángulos los aspectos particulares de las construcciones, que lo estructural de ser triángulo rectángulo. Esto es, el paralelismo de dos de los lados del triángulo a los bordes de la hoja, por ser lo perceptible de manera directa, puede terminar ocultando lo estructural del ser triángulo rectángulo: la perpendicularidad de dos de los lados. Esta propiedad estructural que debe ser inferida y construida, es una relación inter-figural que establece cómo deben ser los lados y, por ende, los ángulos, de un triángulo rectángulo; es una propiedad que no depende de la construcción particular realizada para representar el triángulo, y por tanto, es una invariante, que una vez identificada permite centrarse en los aspectos estructurales por encima de los particulares.

Si un alumno no ha realizado esta construcción, entonces, cuando se le presentan triángulos rectángulos en posiciones diferentes, casi nunca logrará identificarlos como tales. Pero para que el alumno llegue a tal construcción, no basta con que el profesor se la repita insistentemente. Para adquirir ese conocimiento que le permite reconocer y diferenciar los elementos estructurales de los particulares es necesario que el alumno esté en contacto con múltiples situaciones[2] en las que pueda confrontar las hipótesis particulares que construye sobre cada situación y, así, lograr una sistematización de las características generales que estructuran el concepto que se estudia, independiente de la forma como éste le sea presentado. Como puede verse, la construcción del conocimiento es algo más profundo que aprenderse una definición.

LO PARTICULAR COMO UNA EXPRESIÓN DE LO GENERAL.

Se trata interpretar cada situación a partir de los elementos estructurales que la constituyen, y no a partir de los elementos particulares que le dan su contexto, de

[2] Por ejemplo, a través de un geoplano, o de hojas cuadriculadas, construir una estructura en la cual se puedan identificar triángulos (rectángulos y no rectángulos) en diferentes posiciones y formas: rotados, trasladados, simétricos, alargados, etc., y solicitar la reproducción de la misma por parte de los estudiantes.

tal forma que ésta se identifique con una clase general de problemas, y que, por tanto, su tratamiento se desarrolle sobre la base de dicha generalidad estructural.

Por ejemplo, en un problema como el siguiente:

> *Una llave llena un tanque en dos horas. Otra llave llena el mismo tanque en una hora. Si ambas se abren al mismo tiempo, ¿cuánto tiempo tardan en llenar el tanque?*

una persona que pueda generalizar verá en este problema un caso particular de una clase general de problemas relacionados con la rapidez con que se realiza un trabajo, mientras que otra que no tenga esta capacidad de generalización sólo verá un problema de un tanque que se llena utilizando dos llaves abiertas de manera simultánea, y no podrá relacionarlo con otras situaciones como aquellas en las que se analizan los tiempos empleados para realizar un trabajo.

Así pues, si lo general se recrea en lo particular y por tanto, una situación particular será el representante de una clase general, la generalización aporta una gran economía de pensamiento y se constituye en una herramienta vital del mismo.

LAS SITUACIONES PROBLEMA: DESCRIPCIÓN DE SUS ELEMENTOS FUNDAMENTALES

En los párrafos anteriores se han esbozado algunas nociones generales sobre las situaciones problema. A continuación se hará una descripción más detallada de sus elementos básicos como son: *la red conceptual, el motivo, los medios y los mediadores, las actividades y la evaluación*.

LA RED CONCEPTUAL: ORGANIZACIÓN JERÁRQUICA Y ESTRUCTURADA DEL CONOCIMIENTO

Las situaciones problema pueden asumirse como un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la construcción de conocimientos matemáticos.

Se entiende por red conceptual una especie de malla donde los nudos son el centro de las distintas relaciones existentes entre los conceptos asociados a los conocimientos que la situación permite trabajar. La estructura y desarrollo de la misma dinamiza el currículo de la matemática, en el sentido que elimina el carácter absoluto y acabado de las temáticas. Por el contrario, éstas son recreadas desde la variedad de significados entre ellas.

La red conceptual es la encargada de que el proceso de exploración y sistematización genere cada vez más significados entre los conceptos y que las relaciones entre éstos no se agoten de inmediato. Es decir, la red puede extenderse desde los distintos nudos hacia el establecimiento de relaciones con otros núcleos temáticos, posibilitando la motivación hacia nuevas representaciones de los objetos involucrados.

La red conceptual se constituye en el elemento básico de la situación problema, en tanto que ésta permite tomar decisiones sobre los medios y mediadores, y del tipo de actividad que se debe proponer al estudiante, de tal forma que se logre concordancia entre las relaciones estructurales lógicomatemáticas que se establecen en la situación y los aspectos conceptuales de la red que se espera aprendan los alumnos. Así, se puede determinar la mejor manera de organizar la contextualización de los diferentes conceptos y relaciones de la red conceptual. De esta forma, la actividad matemática desplegada por el estudiante en el desarrollo de la situación es el motor generador de conocimientos con múltiples conexiones entre sí. En este sentido, los *Lineamientos curriculares* expresan:

> *La red de relaciones entre conceptos y estructuras matemáticas es inagotable, permite generar continuamente nuevos procedimientos y algoritmos; no es posible pues dar por terminado el dominio de ningún concepto en un breve periodo de tiempo, ni pretender que se logre automáticamente una conexión significativa entre un conocimiento nuevo y aquellos conocimientos previamente establecidos* (MEN, 1998, 31).

Cada actividad o pregunta puede abrir nuevas relaciones, bien sea entre los mismos conceptos u otros, o dando lugar a nuevas representaciones.

Desde una red conceptual, los conceptos cobran vida, sentido, significado, en tanto que se ponen en relación con otros, y cuanto más amplio sea el conjunto de relaciones, más complejo y estructurado es el conocimiento adquirido.

Pero para pensar en una red conceptual no basta con analizar la estructura formal del cuerpo de conocimientos matemáticos que lo conforman. Se debe también analizar las características particulares de esos conocimientos, una vez transpuestos a los contextos escolares, y la relación con las situaciones a través de las cuales la red puede tomar vida. Esto se debe a dos razones fundamentales:

- En primera instancia, el saber matemático que circula en las aulas de clase, al ser una recontextualización del saber matemático formal, puede, y en ocasiones debe, sufrir transformaciones para que sea posible, viable, significativo, en un contexto escolar. Por ejemplo, en la figura 2, entre los elementos que se describen como constitutivos del sistema de numeración decimal (SND), está el relativo a la descomposición polinómica de un número. Este conocimiento, desde una perspectiva formal, implica un conocimiento profundo de la potenciación. Sin embargo, cuando este trabajo se realiza en los primeros años de la educación básica, no se puede avanzar a lo relativo a la descomposición polinómica utilizando las potencias de 10, sino que se deja al nivel de identificar la cantidad de unidades de 10, de 100, de 1000, etc., que representa cada una de las cifras que compone un numeral. Éste es un claro ejemplo de adaptación de un contenido al contexto escolar.

- En segundo lugar, una sola situación no puede poner en juego todo lo relativo a la complejidad de una red conceptual, sino que, además, una misma situación puede relacionar diferentes conceptos entre sí. Por ejemplo, en situaciones diseñadas con el ábaco para trabajar el valor de posición, no sólo se ponen en relación conceptos relativos a la suma y la multiplicación, sino que la mera mediación del ábaco es limitada para la construcción de todos los elementos conceptuales que tienen que ver con el SND. Por ejemplo, el ábaco tiene limitaciones si se quiere conceptualizar las agrupaciones de 10, y, en consecuencia, la constitución de las unidades de orden 10^1, las unidades de orden 10^2, etc. (en tanto que el uso del ábaco implica tener elementos conceptuales al respecto), aunque es importante en la conceptualización de las equivalencias entre dichas unidades. Esto hace necesaria la utilización de otros medios como billetes, palillos, etc.

Ahora bien, dado que una red conceptual es una estructura compleja, entonces su construcción, por lo general, sólo es posible a través de un largo período de tiempo y de múltiples situaciones problemas interrelacionadas, de tal forma que en su conjunto permitan las construcciones y las relaciones conceptuales que la red plantea. Esto se puede ver de manera clara en la figura 2, donde se muestra que éste es un aprendizaje que inicia en los primeros años de vida, incluso antes de ingresar formalmente a la escuela, y que continúa por lo menos hasta el final de la educación básica.

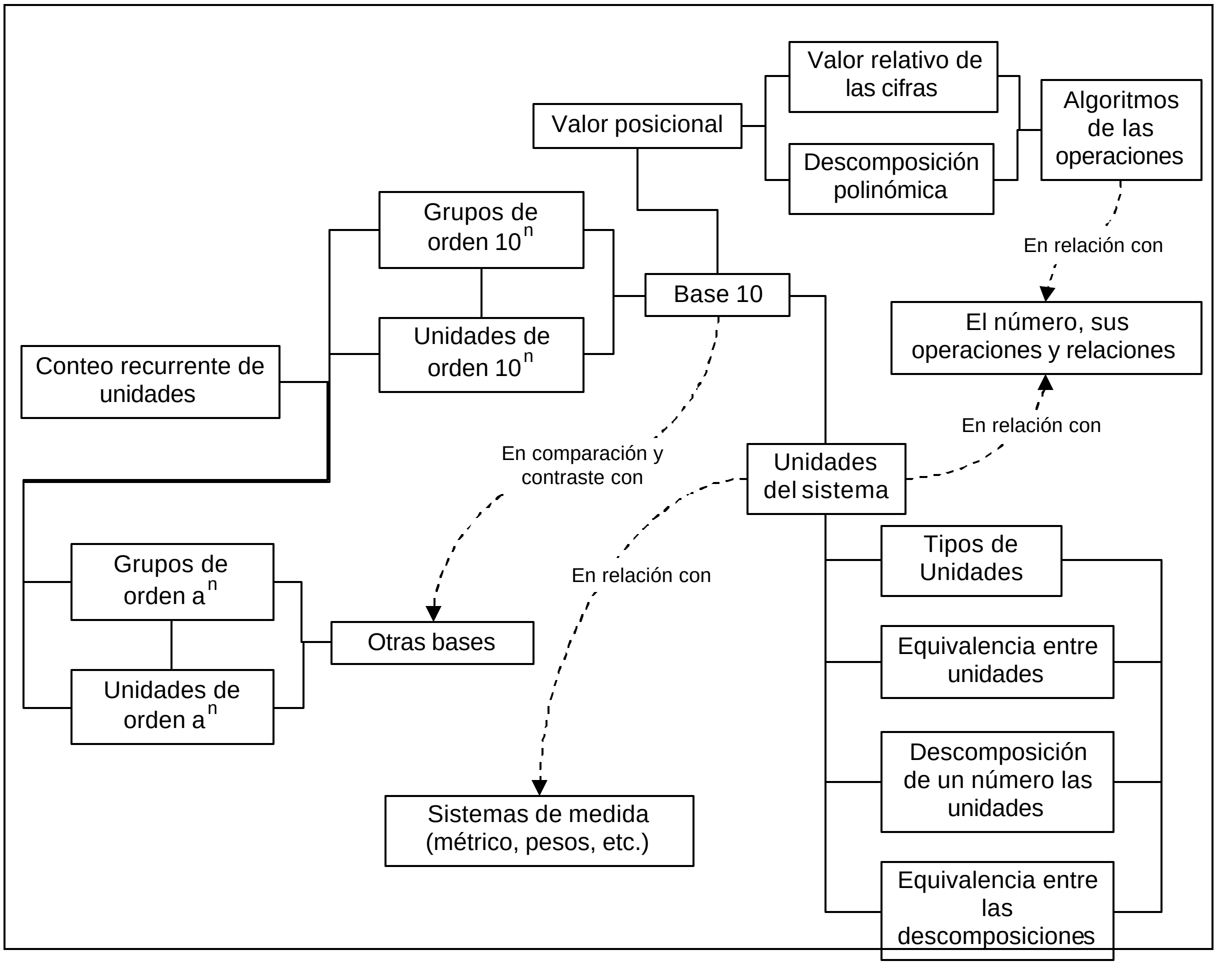

Figura 2. Red conceptual mínima para el Sistema de Numeración Decimal

MOTIVO, MEDIOS Y MEDIADORES: HACIA UNA CONTEXTUALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA

Las matemáticas tradicionalmente han sido consideradas como la ciencia de lo abstracto y lo general por excelencia, fundamentalmente porque la validez de sus postulados y teoremas no depende de la comprobación empírica de los mismos, sino de la inserción un marco formal deductivo. Por esta razón, lo axiomático–deductivo constituye la forma canónica de presentación del cuerpo teórico de las matemáticas.

Pero esta forma de presentación del conocimiento matemático oculta todo rastro de su origen y génesis. El matemático, en su quehacer, comete errores, elabora hipótesis, realiza inducciones, generalizaciones, etc., y posteriormente, cuando juzga que ha encontrado un resultado digno de ser comunicado, elige, del gran laberinto de sus reflexiones, aquello que es comunicable y «susceptible de convertirse en un saber nuevo e interesante para los demás» (Brousseau, 1993, 4). Esto es, «El autor despersonaliza, descontextualiza y destemporaliza lo más posible sus resultados» (4). Y después de pasar la crítica del resto de la comunidad de matemáticos del momento, quienes lo reformulan, lo generalizan, o incluso lo destruyen, pasa a ser conocimiento válido, es decir, un saber matemático.

Para que los saberes matemáticos ingresen a la escuela deben sufrir una re–elaboración didáctica, que los recontextualiza, los repersonaliza y los retemporaliza. Esto es necesario, pues no debe olvidarse que el aprendizaje es el resultado de la actividad matemática del alumno, mediada por las situaciones problema a través de las cuales toman sentido y significado los conceptos matemáticos. Así, una situación problema genera un ambiente en tiempo y espacio propio, sobre la base del conocimiento de los alumnos para quien es diseñada, que da vida a los conceptos matemáticos en el aula. Pero tomar en consideración a las personas, el tiempo y el espacio para efectos del diseño de una situación problema, obliga a tomar decisiones en términos de la forma, o de los elementos conceptuales que son pertinentes para las circunstancias particulares del momento. Es en esta reelaboración didáctica donde se debe centrar la actividad profesional del maestro de matemáticas, a fin de propiciar para el alumno una verdadera actividad científica, pues sin este cuidado se pueden proponer situaciones a los alumnos que, por su dificultad, superen sus posibilidades de actuación, o que por su simpleza, no constituyan un reto intelectual.

En esta reelaboración didáctica juegan un papel fundamental los medios y los mediadores, al igual que el motivo dentro del cual se desarrolle la situación problema. Éstos, por así decirlo, deben constituir el contexto significativo de la situación, entendiendo que un contexto es significativo en el marco de una situación no porque recurra a elementos físicos, del medio, del entorno, de la cultura, de la sociedad, etc., para darle sentido a la situación, sino, sobre todo, porque permita que los alumnos analicen la situación con argumentos matemáticos.

El motivo es la excusa, la oportunidad, el evento, la ocasión, el acontecimiento, la coyuntura, o el suceso, que puede ser aprovechado para generar una situación problema en el aula de clase. Su elección es muy importante, pues determina en gran medida las posibilidades de comprensión de la situación por parte de los estudiantes, y por ende, el que la situación pueda constituirse en un verdadero problema. Por ejemplo, a un grupo de estudiantes de grado sexto se les propuso la siguiente situación:

> *Tres alumnos, Pedro, Juan y Alberto, recorren una pista atlética de forma circular. Pedro emplea 6 minutos en dar una vuelta, Juan tarda 4 minutos, Alberto sólo emplea 3 minutos. ¿Si salen juntos de la meta y en el mismo sentido, al cabo de cuánto tiempo volverán a pasar juntos por la meta?*

Con este tipo de formulación los estudiantes presentaron grandes dificultades, pues el motivo seleccionado (las carreras atléticas) determinaron análisis guiados por su conocimiento intuitivo sobre ellas: siempre se dan unas pocas vueltas, generalmente el que sale más rápido desde el inicio se cansa y es sobrepasado por los demás, no siempre se recorre cada vuelta en el mismo tiempo, etc. Todos estos elementos de su experiencia personal impidieron que se realizaran análisis matemáticos de la situación. Con base en estos resultados adversos, se decidió cambiar la formulación de la situación como sigue:

> *Una pista de carreras de autos tiene forma circular. Tres autos de marcas Toyota, Honda y Mazda, inician la carrera desde la meta. Durante el desarrollo de la carrera se observa que el carro Toyota siempre tarda 3 minutos en dar una vuelta, que el carro Honda siempre emplea 4 minutos en dar una vuelta y que el Mazda siempre tarda 6 minutos en dar una vuelta. La carrera está programada para 200 vueltas. ¿En qué momento de la carrera los tres autos vuelven a pasar de manera simultánea por la meta?*

El cambio de formulación fue altamente significativo para los alumnos, entre otras cosas, porque cuando se propuso esta situación en la clase estaban de moda las carreras automovilísticas de la Fórmula uno, en las cuales un colombiano, Juan Pablo Montoya, era uno de sus protagonistas. De esta manera, su intuición sobre lo que habían visto de las carreras de autos les hacía ver que lo planteado en el problema era posible y, por tanto, sus análisis se hicieron sobre la base de argumentos matemáticos.

En el caso anterior, el motivo (las carreras de autos) logra generar un contexto significativo para la situación que la hace comprensible a los alumnos y, por tanto, les permite desplegar su actividad matemática.

Pero si bien el motivo es fundamental para que la situación sea significativa para los alumnos, los medios y los mediadores sobre los cuales se estructure la situación no son menos importantes.

Los medios son los soportes materiales sobre los cuales se estructura la situación problema. En este sentido, pueden ser materiales físicos, manipulables por los alumnos, como, por ejemplo, juegos (tradicionales o diseñados con fines específicos), materiales (como bloques lógicos, sólidos geométricos, etc.), instrumentos (como calculadoras, computadores, etc.), documentos escritos (talleres, libros, artículos, etc.), etc., o también pueden ser abstractos, como por ejemplo, cuando se usa una determinada estructura conceptual para acceder a otra (partir del sistema numérico de los naturales para llegar a la construcción del sistema numérico de los enteros).

Si se quiere que los medios sean sustratos fundamentales sobre los cuales diseñar situaciones problema significativas, éstos deben ser analizados en función de la red conceptual que se quiere trabajar con los alumnos. Esto en virtud de que lo importante no es tener buenos medios, sino lograr que éstos se conviertan en mediadores de la actividad matemática de los alumnos.

Lograr que un medio se convierta en mediador implica analizar cuáles son los elementos estructurales de la red conceptual cuya construcción puede mediar el medio. Dicho de otra manera, un medio se hace un mediador en tanto que éste permita el desarrollo de la actividad matemática del alumno.

Por ejemplo, retomando la figura 2, para trabajar los diferentes aspectos relativos al SND se pueden diseñar situaciones que impliquen agrupaciones de objetos (como, por ejemplo, con palillos), juegos con billetes, con el ábaco, o incluso con la calculadora, entre otras posibilidades. Estos materiales son medios, que al ser analizados desde la red conceptual, se puede determinar sus bondades y limitaciones en términos de las construcciones conceptuales que cada uno permite. Mientras que en las actividades con los palillos se pueden lograr construcciones importantes de la noción de agrupación de 10, (agrupaciones 10 en 10: grupos de 10 unidades; grupos de 10 grupos, cada grupo con 10 unidades, etc.), no se ve de manera clara el proceso de constitución de unidades de orden superior, es decir, las unidades de 10 (una unidad que vale 10 unidades), o las unidades de 100 (una unidad que vale por 10 unidades de 10), etc. En este proceso de construcción de las unidades de orden superior, son mucho más importantes los billetes, pero a su vez éstos no permiten la construcción del valor de posición. En este aspecto es fundamental el ábaco.

Como se puede ver, cada material debe ser analizado en términos de sus posibilidades estructurales en función de la red conceptual que se quiere estudiar. Esto quiere decir que cada material, en su estructura, permite ponerse en relación con algún o algunos elementos de la red conceptual, y por tanto, no puede esperarse que con un solo medio se puedan lograr construcciones conceptuales que agoten todos los aspectos relativos a una red conceptual.

De otra parte, lograr que un medio se convierta en mediador, implica también analizar la relación entre la estructura conceptual que se espera proponer a los estudiantes y los niveles de desarrollo cognitivo de éstos. Se trata, por tanto, de analizar hasta qué punto la estructura de la situación permite mediar una reflexión matemática en torno a los conceptos matemáticos que involucra. Por ejemplo, a un grupo de niños de preescolar se propuso un juego de tiro al blanco, en que habían franjas que daban puntos (puntos buenos) y otras franjas que quitaban en vez de dar (puntos malos). Con esta situación problema se logró que estos niños se plantearan reflexiones relativas a la resta, o incluso, a los números negativos cuando la cantidad de puntos buenos era inferior a la de puntos malos (en estos casos, los niños asumieron la situación en términos de quedar debiendo: «me los paga en el próximo tiro»). Nótese cómo el medio (el juego de tiro al blanco), logra ser mediador de reflexiones iniciales sobre números enteros, lo cual, si bien dista mucho del conocimiento formal (el cual, además, desde el punto de vista cognitivo, está muy por encima de sus posibilidades), es una reflexión matemática importante que amplía el sentido numérico de los niños al permitirles pensar situaciones en las que tiene sentido la resta. Este tipo de reflexiones matemáticas en los niños, se hace posible gracias a que el medio genera un contexto significativo para la situación que les permite pensar estos conceptos matemáticos; por fuera de esta situación, muy posiblemente, se hubieran enfrentado a un rotundo fracaso.

LA SITUACIÓN PROBLEMA: ESCENARIO PARA EL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Las tareas que conforman la situación problema son su parte visible. A través de ellas el alumno desarrolla su actividad y, por ende, realiza las elaboraciones conceptuales relativas a los problemas que enfrenta. En las actividades se cristalizan los análisis realizados por el maestro sobre la red conceptual, los medios y los mediadores, y se plasman en un diseño que, al ser vivido por el alumno, le permiten la construcción del conocimiento. En este sentido, Mathiaud expresa:

> *Lo que, en mi opinión, da lugar a una verdadera actividad matemática por parte del alumno, es la búsqueda de un problema que utiliza y coordina los conceptos aprendidos por separado, o también un problema que se inscriba dentro del proceso de aprendizaje de "un objeto" matemático* (Mathiaud, 1995, 153).

Pero para que una situación cumpla con el papel de dar lugar a la actividad matemática del alumno, ésta debe ser asumida por él, en lo que Brousseau llamó la *devolución de la situación*. La devolución de la situación es, pues, una parte fundamental del trabajo, ya que a través de ella se logra que el alumno asuma su papel y, por tanto, se enfrente al trabajo que se le presenta de manera autónoma y no como una exigencia externa motivada por el capricho de un adulto (el docente). En otras palabras, un paso fundamental está mediado por la capacidad del maestro en lograr que el alumno haga suyo el o los problemas que se le presentan, transfiriendo así la responsabilidad hacia el alumno. Esta transferencia es la garantía de lograr que él sea consciente del trabajo que realiza y, por tanto, su actividad matemática sea significativa. Esta actividad matemática debe fundamentarse sobre lo que ya sabe, para lograr el aprendizaje de nuevos conceptos.

Se trata pues, no de aplicar conocimientos adquiridos previamente (a menos que éstos sean la base para construcciones nuevas), ni de seguir una serie de instrucciones paso a paso (que dan la ilusión de un conocimiento alcanzado), ni repetir de memoria procedimientos algorítmicos (pues se trataría de simples ejercicios), sino de generar estructuras en las cuales el conocimiento que se le desea enseñar a los estudiantes sea la herramienta más eficaz para el tratamiento y desarrollo de la situación propuesta. En otras palabras, el desarrollo de la situación debe ser el indicador de un conocimiento alcanzado.

La siguiente lista de preguntas presentadas por Mathiaud, orientan la decisión para determinar cuándo una situación es realmente canalizadora del trabajo del alumno en la construcción del conocimiento:

1. *¿Un alumno, es capaz de desarrollar una estrategia de su elección que conduzca a respuestas, al menos parciales, del problema planteado?*

2. ¿El alumno necesita convencer a sus interlocutores: los otros alumnos, el profesor? ¿Existe un medio de justificar sus respuestas? ¿Está convencido que es su obligación, que forma parte de su contrato de alumno?
3. ¿El enunciado da al alumno la responsabilidad de elegir los "instrumentos" y la estrategia para resolver el problema?
4. ¿El enunciado determina una serie de pequeñas preguntas que determinan completamente las estrategias a seguir?
5. ¿El enunciado requiere, en primer lugar y de forma explícita, los objetos matemáticos que implícitamente serán los "instrumentos" adaptados para resolver el problema planteado a continuación?
6. ¿Entre los "instrumentos" adaptados a la resolución del problema planteado, el "objeto" matemático buscado es el, o uno de los más adaptados?
Respuestas afirmativas a las preguntas 1), 2) 3) y 6), y negativas a 4) o 5) son las previstas […] (Mathiaud, 1995,153).

LA VALIDACIÓN: AUTONOMÍA EN EL TRABAJO

Un elemento importante en la situación es la posibilidad que ésta tenga mecanismos internos de validación que le permitan al alumno determinar el grado de certeza de sus acciones y, por tanto, desarrollar los cambios de estrategia que sean necesarios.

Por ejemplo, en la situación descrita antes sobre la carrera de autos, después de que los estudiantes formularon una serie de hipótesis y análisis con respecto a la situación (tales como la imposibilidad de que los autos volvieran a pasar juntos por la meta; que de darse un encuentro, no eran posibles nuevos encuentros, etc.), sin que el profesor afirmara la validez o no da los diferentes procedimientos y respuestas encontradas, se presentó a los estudiantes una simulación de la situación a través de un medio informático. De esta manera, se logró que los estudiantes validaran por sí mismos el trabajo realizado por ellos, y a través de la manipulación de esta simulación lograron reformular sus hipótesis de trabajo.

Desde una perspectiva tradicional, los mecanismos de validación al alcance del alumno son mediados por la autoridad: la palabra del maestro, del compañero más adelantado de la clase, del padre o madre, del texto, etc. Los estudiantes creen ciegamente en lo dicho por alguno de estos estamentos, así lo planteado sea equivocado. Este tipo de mecanismos de validación del trabajo trae consigo altos niveles de heteronomía. Es decir, si el trabajo que el alumno realiza debe ser validado a partir de formas externas, entonces él nunca tendrá la posibilidad de generar confianza en lo realizado, ni tampoco podrá comprender, analizar, pensar u organizar sus elaboraciones y mucho menos proyectar nuevas formas de actuación.

Por el contrario, cuando el desarrollo mismo de la situación tiene implícitos mecanismos de evaluación o de validación del trabajo, el alumno tiene herramientas que le permiten una confrontación clara de lo realizado con lo esperado y, por ende, podrá pensar el camino a seguir. Esto implica que su trabajo alcanza altos niveles de autonomía y, por supuesto, la autoridad ya no es un criterio válido para determinar la certeza de los resultados obtenidos. De esta manera, la argumentación entra a ser parte normal de la validación. Igualmente, la validación se torna en verdadera evaluación, como se verá más adelante.

Se pueden lograr mecanismos implícitos de validación en la situación, si se introducen actividades que confronten lo realizado, bien sea porque, frente a las conclusiones obtenidas hasta el momento, hagan evidentes las contradicciones, o porque muestran limitaciones de las mismas, incluso, las invaliden totalmente. De esta forma, el alumno se ve obligado a reconstruir el trabajo realizado, pero sobre la base de una actividad propia y sin imposiciones externas.

LA EVALUACIÓN: UNA MIRADA COMO PROCESO

La evaluación en la matemática escolar está en estrecha relación con la manera de intervenir pedagógicamente y con los referentes teóricos que orientan la posición curricular. Es decir, carecería de sentido pensar en una evaluación por procesos, en el caso de que el "acompañamiento" haya sido de corte transmisionista, privilegiando la presentación estructuralista de la matemática y esperando como resultado final la destreza algorítmica de los estudiantes. Tampoco tendría mucho sentido una evaluación en la que se indaga solo el aspecto algorítmico cuando se implementó una metodología en la que se movilizaron estructuras conceptuales, que poco a poco arman de significado técnicas procedimentales y estrategias para aplicarlas en diferentes contextos. Diferentes fuentes, entre ellas los *Lineamientos curriculares* (MEN, 1998) y los *Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática* (NCTM, 1989), así lo insinúan al referirse a los procesos evaluativos.

Por lo tanto, si nuestra posición pedagógica está orientada en los fundamentos de la enseñanza basada en situaciones problema, la evaluación empieza a tomar cuerpo dentro de las mismas situaciones diseñadas, de manera tal, que el término “evaluación” empiece a hacerse "invisible", en la medida que no perdamos de vista que las aproximaciones a las soluciones (no respuestas) acertadas o con errores son canalizadoras del aprendizaje y a la vez para que den luz verde a los procesos de matematización subsecuentes. La evaluación puntual, casi siempre al final de un bloque de contenidos, empieza a reorganizarse para privilegiar una evaluación más integral, caracterizada por procesos en los que se tienen en cuenta aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Desde la perspectiva de las situaciones problema, se pone de manifiesto que el profesor debe prestar atención a las concepciones de los alumnos, no sólo antes de que comience el proceso de aprendizaje, sino también a las que se van generando durante el mismo. Es decir, que es importante observar la actividad matemática de los alumnos durante todo el proceso.

La evaluación dentro de una situación problema respeta los ritmos de aprendizaje y canaliza los errores presentes en las respuestas como agentes mediadores para provocar cambios conceptuales en los alumnos. Además, hace que la homogenización del tiempo para la adquisición de los aprendizajes en los estudiantes carezca de sentido, por lo tanto, «el tiempo de aprendizaje corresponde al ritmo real del individuo que aprende, es característico de cada individuo y se sabe que no es continuo. Es decir, el tiempo de aprendizaje implica avances y retrocesos, que dependen, entre otras cosas, de las retroacciones» (Chamorro, 1992, 23)

El papel del error en la evaluación es fundamental cuando éste es considerado por el profesor para acompañar al estudiante —o grupo de estudiantes— con miras a motivar las diferentes respuestas a través de la confrontación o presentación de nuevos interrogantes que conduzcan a la creación de un ambiente interesante y, por consiguiente, poco tensionante para el alumno.

LA INSTITUCIONALIZACIÓN: HACIA LA SOCIALIZACIÓN DEL SABER

Ésta se constituye quizás en un elemento fundamental del trabajo, ya que en la institucionalización el profesor organiza, sistematiza, da cuerpo y estructura a los objetos matemáticos que se quería fueran objeto de aprendizaje en los alumnos a través de las situaciones problema. En este momento, el maestro retoma la responsabilidad del trabajo, pues debe organizar de manera clara los objetos de conocimiento matemático presentes en la situación y así, ayudar a los estudiantes a organizar los esquemas generales de pensamiento a través de los cuales estructura su conocimiento.

La institucionalización debe darse sobre la base del trabajo realizado por los alumnos y de la red conceptual que sustenta la situación.

El trabajo realizado por los alumnos permite analizar y confrontar los diferentes procesos y procedimientos y así, ver las similitudes, diferencias, eficiencia, inconveniencia, restricciones, etc. De esta manera, a través de la socialización, se logra que cada alumno aprenda de los demás, tanto al realizar críticas constructivas del trabajo de sus compañeros, como al recibirlas.

Por su parte, la red conceptual es la guía del maestro para coordinar y orientar las intervenciones de los alumnos, y por supuesto, las que él considere necesario realizar. La red conceptual debe permitir al profesor conducir este trabajo de reflexión para que los alumnos tomen conciencia de los aspectos particulares de la situación, diferenciándolos de los generales, estructurales, de los objetos matemáticos en estudio.

En suma, la institucionalización debe permitir a los alumnos una mejor aproximación y toma de conciencia de los aspectos conceptuales que ellos deben aprender, y que la situación les permite generalizar.

A MANERA DE SÍNTESIS

En el siguiente esquema (véase figura 3) se muestran los elementos básicos que constituyen una situación problema, algunos de los cuales son responsabilidad del maestro –en tanto que es él quien debe asumir su desarrollo– y otros a cargo del estudiante –en tanto que sobre él cae la responsabilidad de su realización–. Una situación problema no lo es en tanto que el maestro no asuma con responsabilidad los elementos conceptuales y metodológicos implicados en su diseño, ni el alumno asuma la propuesta del maestro como un espacio de problemas sobre el cual debe desplegar su actividad matemática.

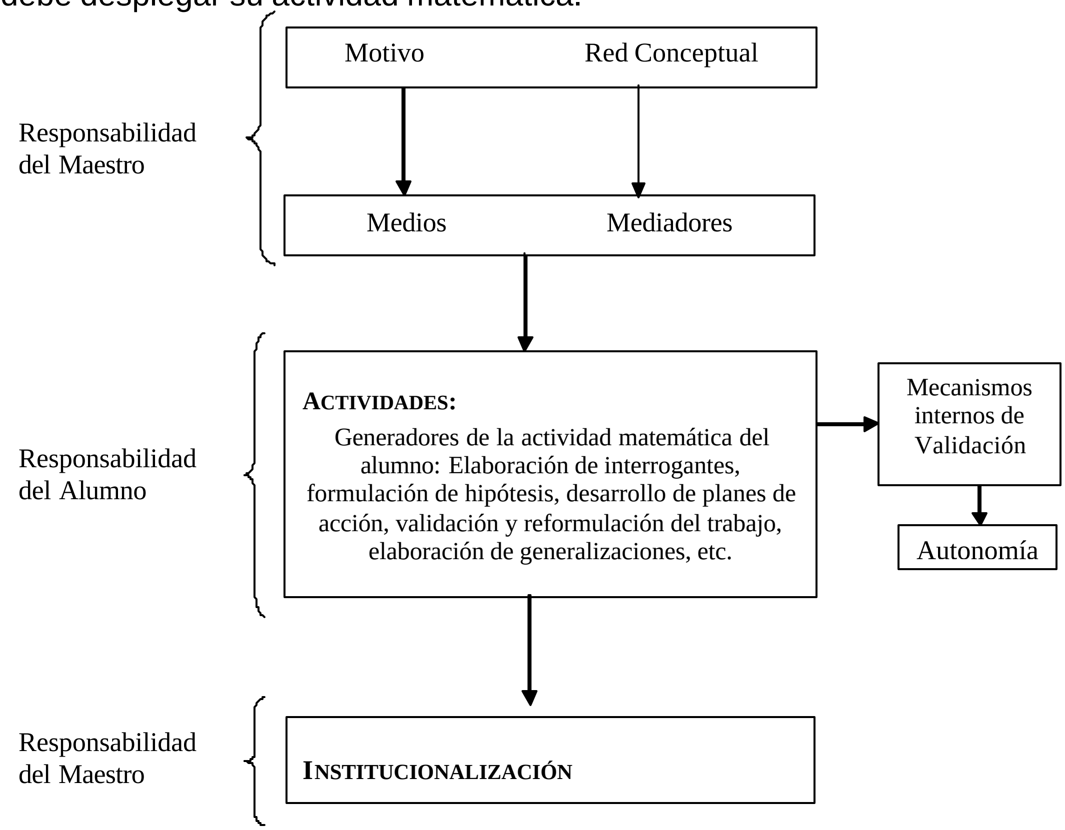

Figura 3. Esquema básico para el diseño de situaciones problema

Diagramadota: POR FAVOR ENMARCAR LA FIGURA 3, DEJANDO POR FUERA EL SUBTÍTULO.

CONCLUSIONES

La visión curricular clásica en la que se toma como punto de partida la enseñanza de los conceptos matemáticos, para luego buscar la posibilidad de aplicarlos en diferentes contextos, ha sido ampliamente criticada en los últimos años. En contraste, las situaciones problema permiten una reorganización del currículo de matemáticas, en tanto que éstas son el punto de partida para desencadenar los procesos de aprendizaje en los alumnos. Esta vía de trabajo favorece una visión del conocimiento matemático como proceso, que admite pluralidad de procedimientos, que se transforma, que se adapta a las situaciones y a los contextos, al alcance de todos, etc., en contraposición con aquella visión escolar en la que las matemáticas son percibidas como una disciplina rígida, con formas únicas de ser pensadas y, por supuesto, a la que sólo pueden acceder unos pocos. Se trata, pues, de lograr una democratización del acceso a las matemáticas y, por ende, lograr una enculturación matemática de todos los ciudadanos de nuestro país.

El trabajo en el aula de clase a través de las situaciones problemas, implica, por supuesto, una labor delicada de planeación por parte del maestro y un proceso de seguimiento muy detallado del trabajo de los alumnos, con el fin de lograr un mejor apoyo al trabajo realizado por éstos. En este sentido, el papel de docente se ve redimensionado, pasando de la persona que enseña, a aquella que propicia y conduce situaciones de aprendizaje en los alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BROUSSEAU, Guy. (1993). "Fundamentos y método de la didáctica de las Matemáticas". En: *Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa.* Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta. Traducido de *Fondaments et methodes de la didactique des mathematiques. Recherches en didactique des mathematiques*. pp. 33-115.

CHAMORRO, Carmen (1992). *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas*. España.

HAREL G, TALL, D. (1991). *The general, the abstract, and the Generic in Advanced Mathematics. For the Learning of Mathematics.*

MATHIAUD, Michele (1996). "Enseñar a partir de actividades". En: *Enseñanza de las matemáticas: relación entre saberes, programas y prácticas*. Paris: Topiques Editions. pp. 139-158.

MESA B. Orlando y otros (1993). *La intervención pedagógica en la construcción de conceptos matemáticos. Tercer coloquio regional de matemáticas*. Medellín: Universidad de Antioquia.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998). *Lineamientos curriculares, Matemáticas*. Santafé de Bogotá.

MORENO, Luis y WALDEGG, Guillermina (2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. México: Seminario Nacional de Formación de docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas. pp. 40-66.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Edición en castellano.* Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática “THALES”.

VIGOTSKY, L. (1995). *Pensamiento y Lenguaje.* Nueva edición a cargo de Alex Kozulin. España: Paidós.

REFERENCIA
OBANDO ZAPATA, Gilberto y MÚNERA CÓRDOBA, Jhon Jairo. “Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática”. En: *Revista educación y pedagogía*. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no. 35, (enero- abril), 2003. pp.

Original recibido:
Original Aceptado: