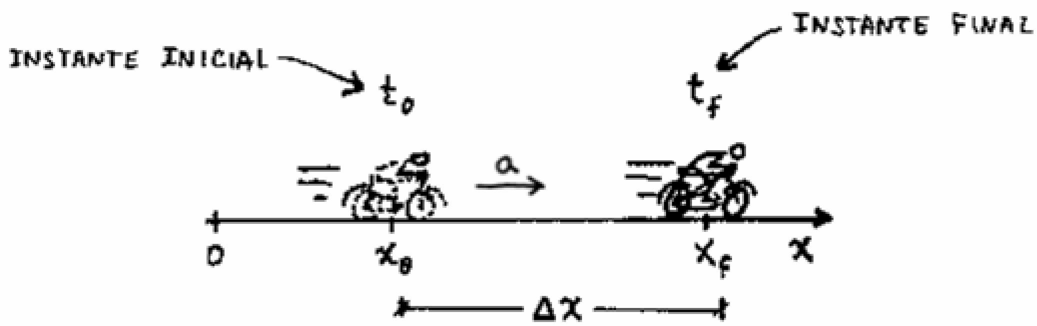
MRUV

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO



$$\boxed{a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}}$$

← FORMULA PARA CALCULAR LA ACELERACION EN EL MRUV.

1ra: POSICIÓN: $x_f = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

2da: VELOCIDAD: $v_f = v_0 + a t$

3ra: ACELERACIÓN: $a = cte$

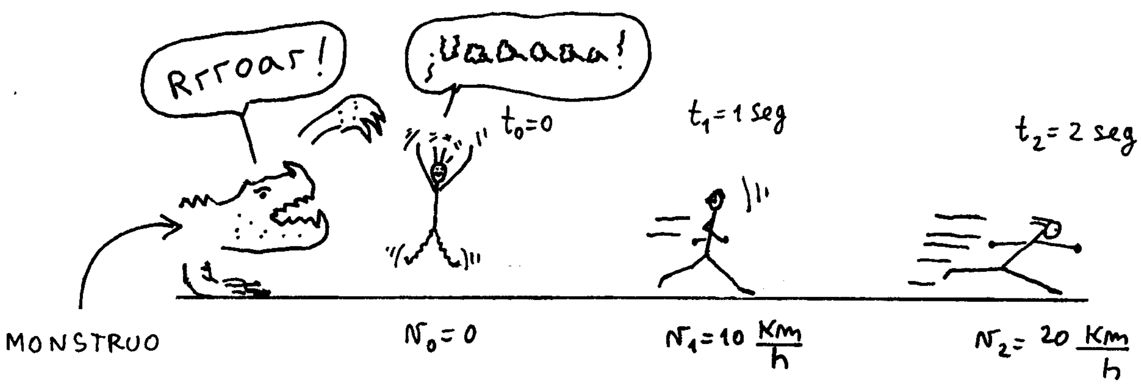
← ECUACIONES HORARIAS

$$\boxed{v_f^2 - v_0^2 = 2a(x_f - x_0)}$$

← Ecuación complementaria

MRUV - **MOVIMIENTO RECTLÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO**

Suponé un coche que está quieto y arranca. Cada vez se mueve más rápido. Primero se mueve a 10 por hora, después a 20 por hora, después a 30 por hora y así siguiendo. Su velocidad va cambiando (varía). Esto vendría a ser un movimiento variado.
Entonces, Pregunta: ¿ Cuándo tengo un movimiento variado ?
Rta: cuando la velocidad cambia. (O sea, varía).
Ahora, ellos dicen que un movimiento es **UNIFORMEMENTE** variado si la velocidad **cambia lo mismo en cada segundo que pasa**. Mirá el dibujito :



Cuando el tipo ve al monstruo se pone a correr. Después de 1 segundo su velocidad es de 10 Km/h y después de 2 segundos es de 20 Km/h. Su velocidad está aumentando, de manera **uniforme**, a razón de 10 Km/h por cada segundo que pasa. Digo entonces que el movimiento del tipo es uniformemente variado aumentando Δv = 10 Km/h en cada Δt = 1 segundo.
Atención, aclaro: en física, la palabra uniforme significa "Siempre igual, siempre lo mismo, siempre de la misma manera ".

ACELERACIÓN (Atento)

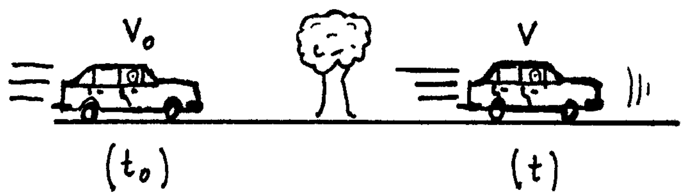
El concepto de aceleración es muy importante. Es la base para poder entender bien - bien MRUV y también otras cosas como caída libre y tiro vertical. Entender lo que es la aceleración no es difícil. Ya tenés una idea del asunto porque la palabra aceleración también se usa en la vida diaria. De todas maneras lee con atención lo que sigue y lo vas a entender mejor. Fijate.

En el ejemplo del monstruo malvado que asusta al señor, el tipo pasa de 0 á 10 Km/h en 1 seg. Pero podría haber pasado de 0 á 10 Km/h en un año. En ese caso estaría acelerando más despacio. Digo entonces que la aceleración es la rapidez con que está cambiando la velocidad.

Más rápido aumenta (o disminuye) la velocidad, mayor es la aceleración. Digamos que la aceleración vendría a ser una medida de la "**brusquedad**" del cambio de velocidad. Si lo pensás un rato, vas a llegar a la conclusión de que para tener algo que me indique qué tan rápido está cambiando la velocidad, tengo que dividir ese cambio de velocidad Δv por el tiempo Δt que tardó en producirse. Es decir:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ ⇦ DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN

Suponé un auto que tiene una velocidad V_0 en t_0 y otra velocidad V_f al tiempo t_f :



Para sacar la aceleración hago :

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$ ⇦ ASÍ SE CALCULA LA ACELERACIÓN

Una cosa. Fijate por favor que cuando en física se habla de aceleración, hablamos de aumentar **o disminuir** la velocidad. Lo que importa es que la velocidad **CAMBIE**. (Varíe). Para la física, un auto que está frenando tiene aceleración. Atención porque en la vida diaria no se usa así la palabra aceleración. Por eso algunos chicos se confunden y dicen: Pará, pará, hermano. ¿ Cómo puede estar acelerando un auto que va cada vez más despacio ?! Vamos a un ejemplo.

EJEMPLO DE MRUV

Un coche que se mueve con MRUV tiene en un determinado momento una velocidad de 30 m/s y 10 segundos después una velocidad de 40 m/s. Calcular su aceleración.

Para calcular lo que me piden aplico la definición anterior : $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$.
Entonces :

$$a = \frac{40\ \text{m/s} - 30\ \text{m/s}}{10\ \text{seg}}.$$

➔ $a = 10\ m/seg$

Fijate que el resultado dio en m/s^2. Estas son las unidades de la aceleración: " metro dividido segundo dividido segundo ". Siempre se suelen poner las unidades de la aceleración en m/s^2. Pero también se puede usar cualquier otra unidad de longitud dividida por una unidad de tiempo al cuadrado (como Km/h^2).
Ahora, pregunta: ¿ Qué significa esto de " $1\ m/s^2$ " ?
Rta: Bueno, $1\ m/s^2$ lo puedo escribir como:

$$\frac{1 m/s \}}{1 s \}}\quad \begin{matrix}\text{Variación de velocidad.}\\ \text{Intervalo de tiempo.}\end{matrix}$$

Esto de " 1 m/seg dividido 1 segundo " se lee así: La aceleración de este coche es tal que su velocidad aumenta 1 metro por segundo, <u>en cada segundo que pasa</u> (Atención)
Un esquema de la situación sería éste:

De acá quiero que veas algo importante: Al tener una idea de lo que es la aceleración puedo decir esto (Importante) : La característica del movimiento uniformemente variado es justamente que tiene **<u>aceleración constante</u>**. Otra manera de decir lo mismo (y esto se ve en el dibujito) es decir que en el MRUV la velocidad aumenta todo el tiempo (o disminuye todo el tiempo). Y que ese aumento (o disminución) de velocidad es **<u>LINEAL CON EL TIEMPO</u>**.

Fin del ejemplo

<u>SIGNO DE LA ACELERACIÓN</u>:

VER BIEN ESTO

La aceleración que tiene un objeto puede Ser (**+**) o (**–**). Esto depende de 2 cosas:

1 – De si el tipo se está moviendo cada vez más rápido o cada vez más despacio.
2 – De si se está moviendo en el mismo sentido del eje **x** o al revés. (Ojaldre !)

La regla para saber el signo de la aceleración es esta:

<u>LA ACELERACIÓN ES POSITIVA CUANDO EL VECTOR ACELERACIÓN APUNTA EN EL MISMO SENTIDO QUE EL EJE EQUIS</u>

Si el vector aceleración apunta al revés del eje equis, va a ser negativa. La cosa es que esto nunca se entiende bien y la gente suele decir: Bueno, no es tan difícil. Si el tipo va cada vez más rápido, su aceleración es positiva y si va cada vez más despacio, su aceleración es negativa.

Hummmmm.... ¡ Cuidado ! Esto vale solamente si el tipo se mueve en el sentido positivo del eje **x.** Si el tipo va para el otro lado, los signos son exactamente al revés. No lo tomes a mal. Esto de los signos no lo inventé yo . Todo el asunto sale de reemplazar los valores de las velocidades en la ecuación:

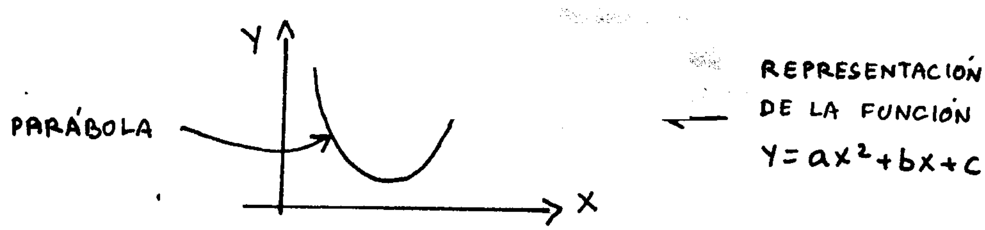
$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}.$$

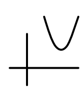
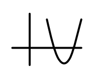
<u>MATEMÁTICA</u>: <u>ECUACIÓN DE UNA PARÁBOLA</u>

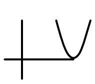
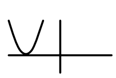
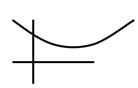
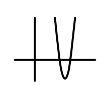
En matemática, una parábola se representaba por la siguiente ecuación:

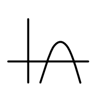
$$y = a.x^2 + b.x + c \qquad \leftarrow \text{ECUACION DE UNA PARABOLA.}$$

Por ejemplo, una parábola podría ser : $Y = 4\ x^2 + 2x - 8$. Dándole valores a x voy obteniendo los valores de **Y**. Así puedo construir una tabla. Representando estos valores en un par de ejes **x-y** voy obteniendo los puntos de la parábola. Eso puede dar una cosa así:



La parábola puede dar más arriba:  , más abajo  ,más a la derecha:

 , más a la izquierda:  , más abierta:  más cerrada: 

Puede incluso dar para a bajo: 

Una parábola puede dar cualquier cosa, dependiendo de los valores de a, b y c. Pero siempre tendrá forma de parábola. Atento con esto ! Las parábolas aparecen mucho en los problemas de MRUV. Es un poco largo de explicar. Pero en realidad, resolver un problema de MRUV es resolver la ecuación de una parábola. (Una ecuación cuadrática, en realidad)

Solución de una ecuación cuadrática

Se supone que esto también tuviste que haberlo visto en matemática. Por las dudas lo pongo, lo repasás un minuto y te quedás tranquilo. Una ecuación cuadrática es la ecuación de una parábola igualada a CERO. O sea, una ecuación del tipo:

$$a X^2 + b X + C = 0 \quad \Leftarrow \quad \text{ECUACION CUADRATICA}$$

Por ejemplo : $X^2 - 6X + 8 = 0$. Lo que uno siempre busca son los valores de equis tales que reemplazados en $X^2 - 6X + 8$ hagan que todo el choclo dé 0 (Cero). Esos valores se llaman **soluciones de la ecuación** o **raíces ecuación.** En este caso, esos valores son 2 y 4.

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \leftarrow \quad \text{Son las raíces de la ecuación } x^2 - 6x + 8 = 0$$

Una ecuación cuadrática puede tener 2 soluciones (como en este caso); una sola solución (las dos raíces son iguales), o ninguna solución (raíces imaginarias). Para calcular las raíces de la ecuación cuadrática se usa la siguiente fórmula:

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}} \quad \leftarrow \quad \text{Con esto obtengo las soluciones } x_1 \text{ y } x_2 \text{ de la ec } ax^2 + bx + c = 0$$

Para el ejemplo que puse que era $X^2 - 6X + 8 = 0$ tengo:

$$\underset{a}{1}x^2 - \underset{b}{6}x + \underset{c}{8} = 0$$

OJO

Entonces:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{6+2}{2} = 4 \quad ; \quad x_2 = \frac{6-2}{2} = 2$$

<u>Nota</u>: Algunas calculadoras tienen ya la fórmula para resolver la ecuación cuadrática metida adentro. Vos ponés los valores de a, b y c. Ella te hace la cuenta y te da los valores de las raíces X_1 y X_2. (Ta güeno)

ECUACIONES HORARIAS Y GRÁFICOS EN EL MRUV (IMPORTANTE)

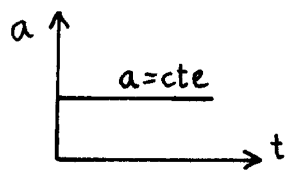
Las ecuaciones horarias son siempre las de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Quiero que veas cómo se representa cada ecuación en el MRUV. Voy a empezar por la 3ra ecuación que es más fácil de entender.

3ª Ecuación horaria ($a = f_{(t)}$)

La característica fundamental de un movimiento uniformemente variado es que la aceleración es constante. En el MRUV la aceleración no cambia. Es siempre igual. Vale siempre lo mismo. Esto puesto en forma matemática sería:

$$a = Cte \quad \leftarrow 3^{RA} \text{ Ecuación horaria}$$

El gráfico correspondiente es una recta paralela al eje horizontal. O sea, algo así:



← GRÁFICO PARA LA 3^{ra} ECUACIÓN HORARIA.

2ª Ecuación horaria ($V = f_{(t)}$)

Otra manera de decir que la aceleración es constante es decir que la velocidad aumenta (o disminuye) linealmente con el tiempo. Esto sale de la definición de aceleración. Fijate. Era:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_0}.$$

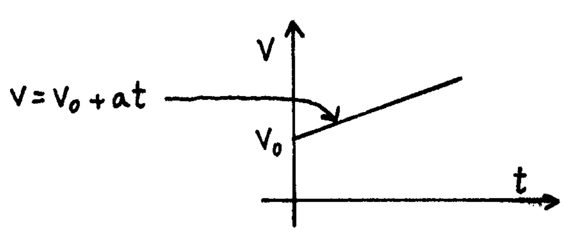
Tonces, si despejo : $V_f - V_0 = a\,(t - t_0)$

$$\Rightarrow \quad V_f = V_0 + a\,(t - t_0)$$

Casi siempre t_{cero} vale cero. Entonces la ecuación de la velocidad queda así:

$$\boxed{V_f = V_0 + a \cdot t} \longleftarrow 2^{da} \text{ ECUACION HORARIA}$$

Esto es la ecuación de una recta. Tiene la forma y = eme equis + be. (Y = m x + b). Acá el tiempo cumple la función de la variable equis. La representación es así:



← REPRESENTACIÓN DE LA 2^{da} ECUACIÓN HORARIA

Por ejemplo, una 2ª ecuación horaria típica podría ser: $V_f = 10\,\frac{m}{s} + 2\,\frac{m}{s}\,t$

El tipo que se mueve siguiendo la ecuación V_f = 10 m/s + 2 m/s.t salió con una velocidad inicial de 10 m/s y tiene una aceleración de 2 m /s ^{2}. Esto lo vas a entender mejor cuando veas algún ejemplo hecho con números y cuando empieces a resolver problemas. (Como siempre). Ahora seguí.

1ra Ecuación horaria ($x = f_{(t)}$)

Esta es la ecuación importante y es la que hay que saber bien. La ecuación de la posición en función del tiempo para el movimiento uniformemente variado es ésta:

$$\boxed{X = X_0 + V_0\,t + \tfrac{1}{2}\,a\,t^2} \quad \leftarrow \text{ 1ra ECUACION HORARIA.}$$

La deducción de esta ecuación porque es un poco larga. No la voy a poner acá. Puede ser que ellos hagan la demostración en el pizarrón. No sé. De todas maneras en los libros está. Lo que sí quiero que veas es que es la ecuación de una parábola. Fijate:

$$\begin{array}{ccccccccc} x & = & x_0 & + & v_0 & .t & + & \tfrac{1}{2}a & .\,t^2 \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & \updownarrow & & \updownarrow & \updownarrow \\ y & = & c & + & b & \cdot x & + & a & .\,x^2 \end{array} \quad \Leftarrow$$

VER LA CORRESPONDENCIA DE CADA TERMINO

Cada término de la ecuación $X = X_0 + V_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$ tiene su equivalente en la expresión $Y = a\,x^2 + b\,x + C$. La representación de la posición en función del tiempo es esta:

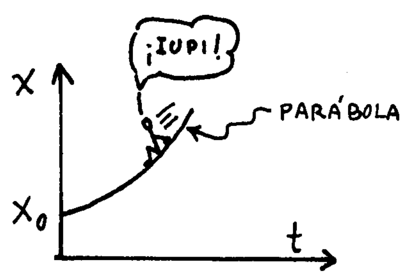
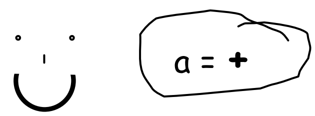


GRÁFICO DE X=X(t) PARA EL MRUV.

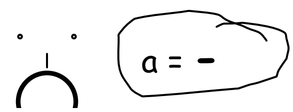
Este dibujito lindo quiere decir muchas cosas. Ellos suelen decirlo así : Este gráfico representa la variación de la posición en función del tiempo para un movimiento uniformemente variado. Este dibujito lindo es la representación gráfica de la función $X = x_0 + V_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$. La ecuación nos da nada más ni nada menos que la posición del móvil para cualquier instante t. Esta función es una ecuación cuadrática. (t está al cuadrado). Esto es importante porque me da una característica fundamental del movimiento uniformemente variado. Esa característica es esta:

" EN EL MRUV LA POSICIÓN VARÍA CON EL CUADRADO DEL TIEMPO. X = f $_{(t2)}$. EQUIS DEPENDE DE t CUADRADO "

Te decía entonces que la representación gráfica de $X = X_0 + V_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$ es una parábola. Esta parábola puede dar para la derecha, para la izquierda, muy cerrada, muy abierta.... Eso va a depender de los valores de equis cero, de ve cero y de a. Ahora, el hecho de que la parábola vaya para arriba o para abajo depende **<u>ÚNICAMENTE</u>** del signo de la aceleración. Si a es (**+**), la parábola irá para arriba ($\cup$). Si a es (**-**) , la parábola irá para abajo ($\cap$). Esto podés acordártelo de la siguiente manera:



La parábola positiva
está contenta.



La parábola negativa
está triste.

<u>Conclusión</u>: Hay que ser positivo en la vida ! No. Conclusión: mirá el siguiente ejemplo a ver si lo entendés mejor:

<u>Ejemplo</u>. Supongamos que tengo la siguiente ecuación horaria para algo que se mueve con MRUV :

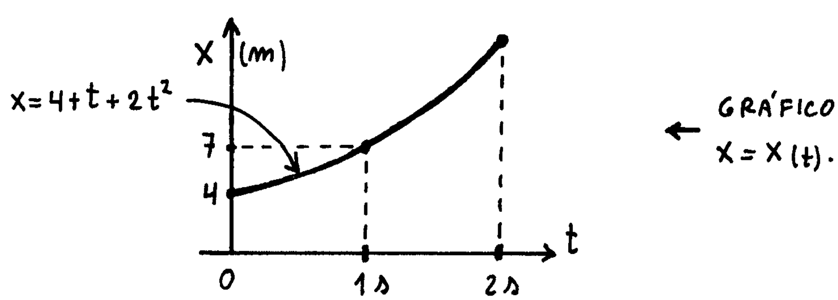
$$X = 4\,m + 1\frac{m}{s}.t + 2\frac{m}{s^2}.t^2$$

Este sería el caso de algo que salió de la posición inicial 4 m con una velocidad de 1 m/s y una aceleración de **<u>4 m/ s²</u>**. (Ojo, es 4, no 2. Pensalo).
Para saber cómo es el gráfico le voy dando valores a t y voy sacando valores de x. Es decir, voy haciendo las cuentas y voy armando una tablita.

x [m]	t [seg]
4	0
7	1
14	2

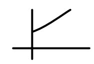
← TABLA CON LOS VALORES DE LAS POSICIONES Y LOS TIEMPOS.

Ahora represento esto y me da una cosa así:

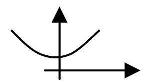


Este gráfico es la representación de la 1ra ecuación horaria. Me gustaría que notaras dos cosas:

1) - La parábola va para arriba ($\cup$) porque a es positiva.

2) - Aunque uno vea sólo un arco así $\longrightarrow$  esto es una parábola.

La parte que falta estaría a la izquierda y no la dibujé. La podría representar si le diera valores negativos a t (como –1 seg, -2 seg, etc). En ese caso el asunto daría así:



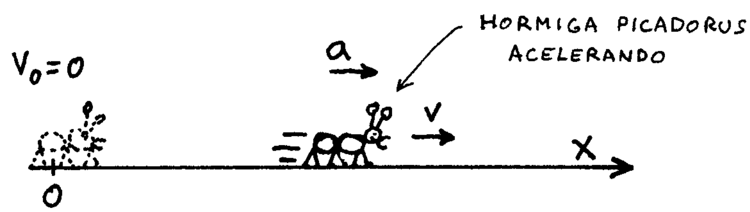
Fin Explicación Ec. Horarias

UN EJEMPLO DE MRUV

Una hormiga picadorus sale de la posición X_0 = 0 con velocidad inicial cero y comienza a moverse con aceleración a = 2 m/s² .

a) - Escribir las ecuaciones horarias.
b) - Hacer los gráficos $x_{(t)}$, $v_{(t)}$ y $a_{(t)}$.

Voy a hacer un esquema de lo que pasa y tomo un sistema de referencia:



Las ecuaciones horarias para una cosa que se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente variado son:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \\ a = cte \end{cases} \Longleftarrow$$

ECUACIONES HORARIAS ESCRITAS EN FORMA GENERAL.

x_0 y v_0 valen cero. Reemplazando por los otros datos el asunto queda así:

$$\begin{cases} x = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} 2 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 \\ v_f = 0 + 2 \frac{m}{s^2} \cdot t \\ a = 2 \frac{m}{s^2} = cte \end{cases} \leftarrow$$

Ecuaciones horarias para la hormiga

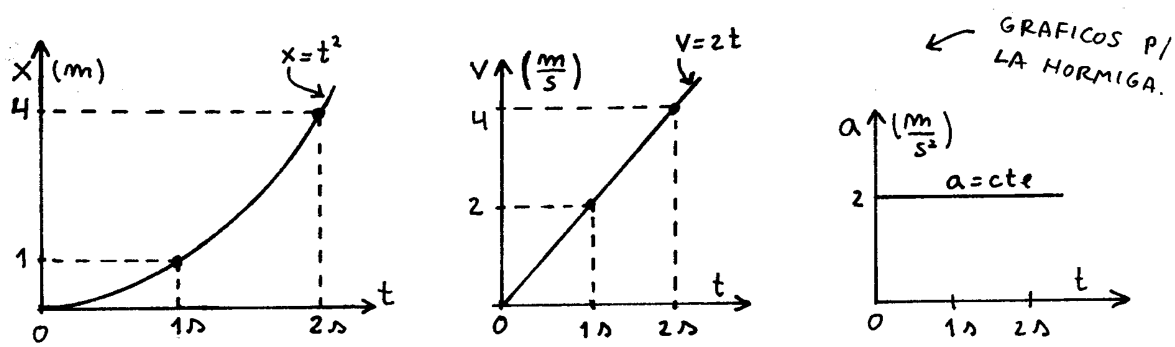
Ahora, dando valores a t voy sacando los valores de equis y de v. Hago esta tabla:

X	t
0	0
1 m	1 s
4 m	2 s

V	t
0	0
2 m/s	1 s
4 m/s	2 s

a	t
2 m/s²	0
2 m/s²	1 s
2 m/s²	2 s

Teniendo la tabla puedo representar las ecuaciones horarias.



Fin del Ejemplo

LA ECUACIÓN COMPLEMENTARIA (leer)

Hay una fórmula más que se usa a veces para resolver los problemas. La suelen llamar ecuación complementaria. La fórmula es ésta:

$$\boxed{V_f^{\,2} - V_0^{\,2} = 2\ a\ (X_f - X_0)} \Leftarrow$$

ECUACION COMPLEMENTARIA

Esta ecuación vendría a ser una mezcla entre la 1ra y la 2da ecuación horaria. La deducción de esta ecuación es un poco larga. Pero te puedo explicar de dónde sale. Seguime. Escribo las 2 primeras ecuaciones horarias. Despejo t de la 2da y lo reemplazo en la 1ra.

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \qquad \Rightarrow\ t = \dfrac{v_f - v_0}{a} \end{cases}$$

REEMPLAZO

Si vos te tomás el trabajex de reemplazar el choclazo y de hacer todos los pasos que siguen, termina quedándote la famosa ecuación complementaria. Sobre esta ecuación me gustaría que veas algunas cositas.

Primero:

Las ecuaciones horarias se llaman así porque en ellas aparece el tiempo. (El tiempo = la hora). La ecuación complementaria **NO** es una ecuación horaria porque en ella no aparece el tiempo.

Segundo: Esta ecuación no es una nueva fórmula. Es mezcla de las otras dos ecuaciones

Tercero:
Nunca es imprescindible usar la ecuación complementaria para resolver un problema. **Todo** problema de MRUV tiene que poder resolverse usando solamente la 1ª y la 2ª ecuación horaria. Lo que tiene de bueno la expresión $V_f^2 - V_0^2 = 2\ a\ (X_f - X_0)$ es que permite hallar lo que a uno le piden sin calcular el tiempo. Es decir, facilita las cuentas cuando uno tiene que resolver un problema en donde **el tiempo no es dato**. Resumiendo: La ecuación complementaria ahorra cuentas. Eso es todo.

Ejemplo: **En el problema anterior, calcular la velocidad que tiene la hormiga picadorus después de recorrer 1 m.**

Usando la ecuación complementaria:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,a\,.(x_f - x_0)$$

$$\Rightarrow \quad v_f^2 - 0 = 2\,.\,2\frac{m}{s^2}.(1\,m - 0)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_f = 2\,m/s} \quad \Leftarrow \quad \textbf{VELOCIDAD FINAL}$$

Lo hago ahora sin usar la ecuación complementaria: Escribo las ecuaciones horarias:

$$\text{De la } 2^a \text{ ecuación horaria: } v_f = v_0 + a\,.t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{v_f - \overbrace{v_0}^{0}}{a}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{v_f}{2\,m/s} \quad \leftarrow \quad \text{Tiempo que tardó la picadorus en recorrer 1 m}$$

$$\text{La } 1^a \text{ ec. horaria era: } \quad x = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\,a \cdot t^2$$

$$\Rightarrow \quad 1m = 0 + 0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot 2\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

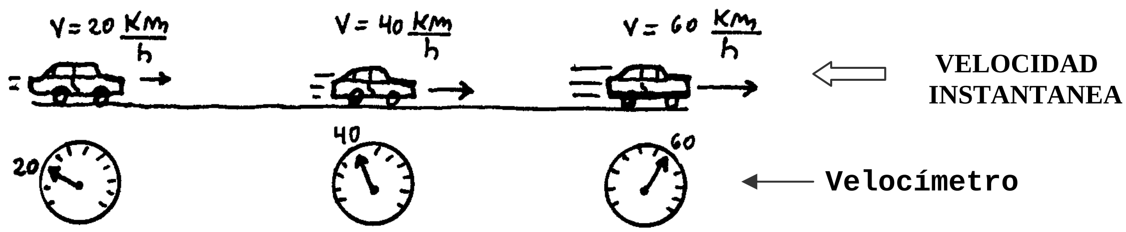
$$\text{Reemplazando t por } \frac{v_f}{2\,m/s^2}: \qquad 1m = \tfrac{1}{2} \cdot 2\frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{v_f}{2\,m/s^2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 1m = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{s^4}{m^2} \cdot \frac{v_f{}^2}{4}$$

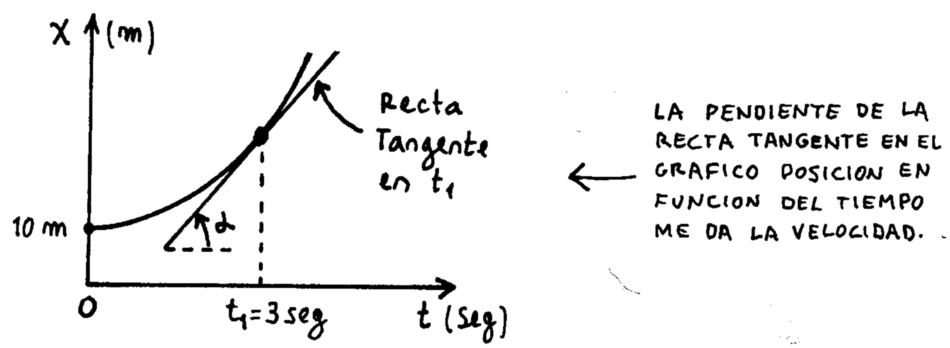
$$\Rightarrow \quad v_f = 2\,m/s \quad \text{(verifica)}$$

VELOCIDAD INSTANTÁNEA EN EL MRUV (leer)

En el movimiento uniformemente variado la velocidad va cambiando todo el tiempo. La velocidad instantánea es la que tiene el tipo justo en un momento determinado. (= en ese instante). El velocímetro de los autos va marcando todo el tiempo la velocidad instantánea.



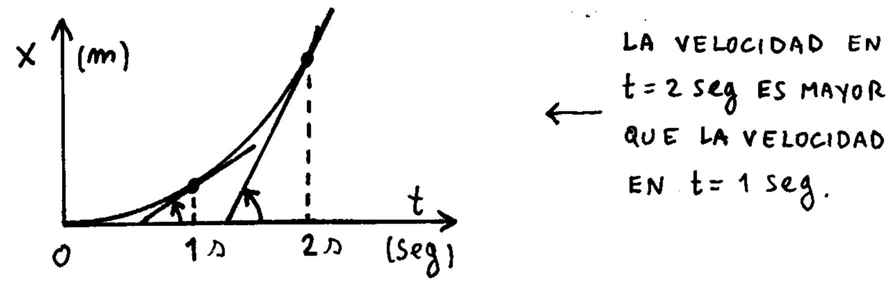
Ahora quiero que le prestes atención a una cuestión importante. Suponé que agarro el gráfico de posición en función del tiempo y trazo la tangente a la parábola en algún lugar. La pendiente de esta recta tangente me va a dar la velocidad instantánea en ese momento. Fijate:



Es decir, yo tengo la parábola. Ahora lo que hago es agarrar una regla y trazar la tangente en algún punto determinado de la curva (por ejemplo en t_1 = 3 seg). Esa recta va a formar un ángulo alfa y va a tener una determinada inclinación. O sea, una determinada pendiente. (Pendiente = inclinación). Midiendo esa pendiente tengo la velocidad instantánea en ese momento (a los 3 segundos).

Es un poco largo de explicar porqué esto es así, pero es así. Se supone que alguna vez tendrían que habértelo explicado en matemática. (Derivada y todo eso).

De este asunto puedo sacar como conclusión que **cuanto mayor sea la inclinación de la recta tangente al gráfico de posición, mayor será la velocidad del tipo en ese momento**. Por favor prestale atención a esta última frase y mirá el siguiente dibujito:

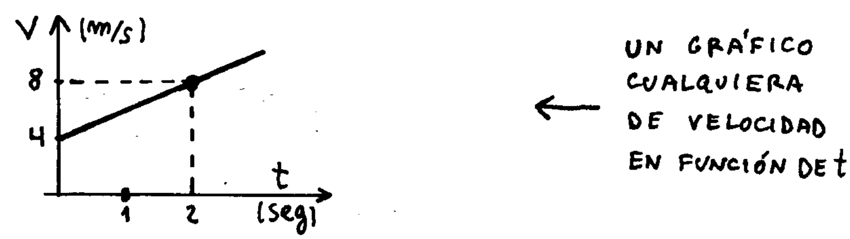


La idea es que entiendas esto:

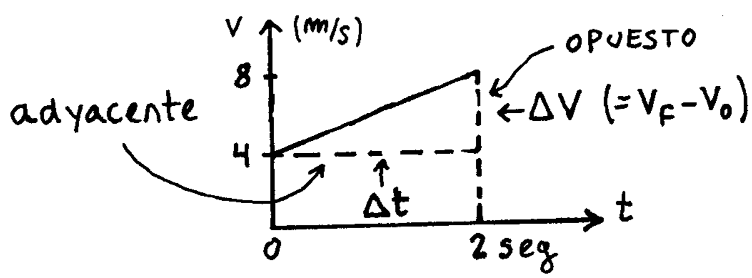
En el gráfico la pendiente de la recta para t = 2 seg es mayor que la pendiente de la recta para t = 1 seg. Esto me dice la que la velocidad a los **2** seg es mayor que la velocidad en 1 seg . Esto es razonable. Este gráfico representa a un tipo que se mueve cada vez más rápido. Todo bien. Ahora, pregunto:...
¿ Cuál será la velocidad del tipo para t = 0 ? (ojo)
Rta: Bueno, ahí la recta tangente es horizontal ( ). Y la pendiente de una recta horizontal es **CERO**. Entonces la velocidad tendrá que ser **cero** .

ANÁLISIS DE LA PENDIENTE y DEL ÁREA DEL GRÁFICO $V = V_{(t)}$

Supongamos que tengo un gráfico cualquiera de velocidad en función del tiempo. Por ejemplo éste:



Este gráfico indica que lo que se está moviendo salió con una velocidad inicial de 4 m/s y está aumentando su velocidad en 2 m/s, por cada segundo que pasa.
Pensemos:
¿ Qué obtengo si calculo la pendiente de la recta del gráfico ?
Rta: Obtengo la aceleración. Esta aceleración sale de mirar el siguiente dibujito:

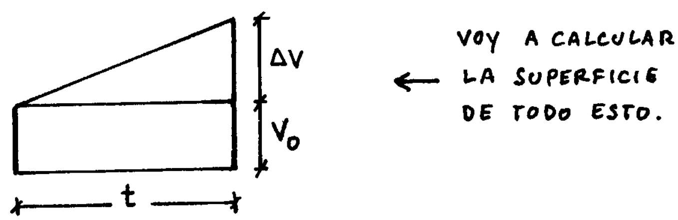


En este caso el opuesto es Δv (la variación de velocidad), y el adyacente es Δt (el intervalo de tiempo). De manera que, hacer la cuenta opuesto sobre adyacente es Hacer la cuenta delta V sobre delta t (Δv / Δt). Y eso es justamente la aceleración ! En este caso en especial daría así:

$$\text{Pend} = \frac{\text{op}}{\text{ady}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8\,\text{m/s} - 4\,\text{m/s}}{2\,\text{s} - 0\,\text{s}}$$

$$\rightarrow \qquad \text{Pend} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad \leftarrow \text{Aceleración}$$

¿ Y si calculo el <u>**área**</u> que está bajo la recta que obtengo ? Veamos:



A ver si me seguís: El área del coso así ⏢ va a ser la de este ▭ + la de este ◺.

$$A_{⏢} = A_{▭} + A_{◺} = b \cdot h + \frac{b \cdot h}{2} = v_0 \cdot t + \frac{t \cdot \overbrace{\Delta v}^{\Delta v = a \cdot t}}{2}$$

$$\Rightarrow A_{⏢} = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\, a \cdot t^2 \qquad \leftarrow \text{Esto es } x - x_0$$

$$A_{⏢} = \Delta x$$

$$\Rightarrow \qquad A_{⏢} = \text{Espacio recorrido} \qquad \leftarrow \quad \text{Recordar}$$

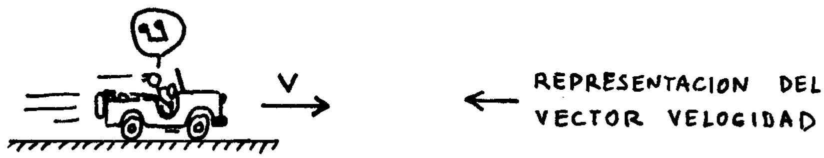
Ahora en el ejemplo que puse antes, el área va a ser:

$$A_{⏢} = A_{▭} + A_{◺} = 2\ seg \cdot 4\,\frac{m}{s} + \frac{2\,seg \cdot (8\ m/s - 4\ m/s)}{2}$$

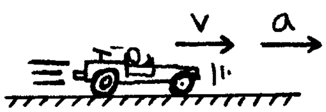
$$\Rightarrow \qquad A_{⏢} = 12\ \text{m} \qquad \leftarrow \qquad \text{Espacio recorrido}$$

LA VELOCIDAD Y LA ACELERACIÓN SON VECTORES

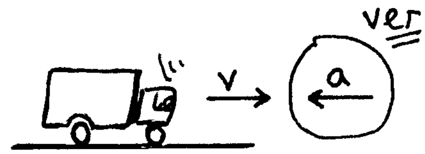
La velocidad y la aceleración son vectores. ¿ Qué quiere decir esto ?
Rta: Quiere decir que puedo representar la velocidad y la aceleración por una flecha.



Si por ejemplo, la velocidad va así →, la flecha se pone apuntando así →. La situación del dibujito es el caso de un tipo que se mueve con velocidad constante. Fijate ahora estas otras 2 posibilidades:

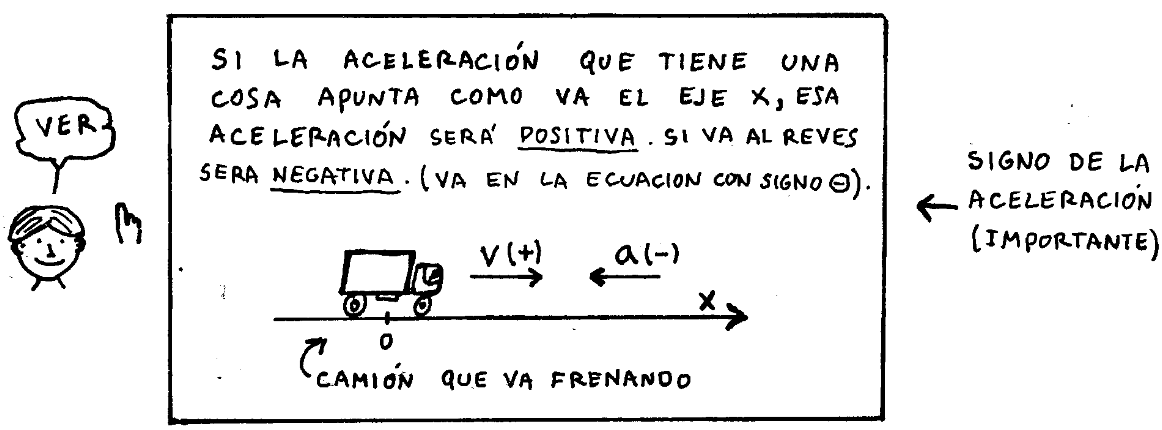


AUTO QUE VA ACELERANDO



CAMIÓN QUE VA FRENANDO

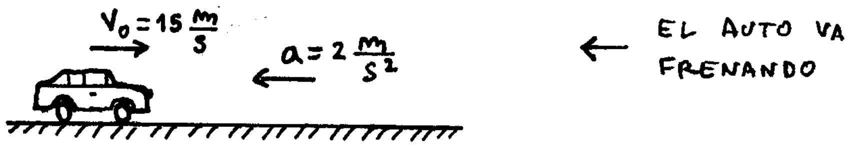
Lo que quiero que veas es que si el auto va para la derecha, la velocidad **siempre** irá para la derecha, pero la aceleración NO. (Es decir, puede que sí, puede que no. Esta cuestión es importante por lo siguiente: si la velocidad que tiene una cosa va en el mismo sentido que el eje x, esa velocidad será (+) . Si va al revés será (-) .
Lo mismo pasa con la aceleración (y acá viene el asunto). Fijate :



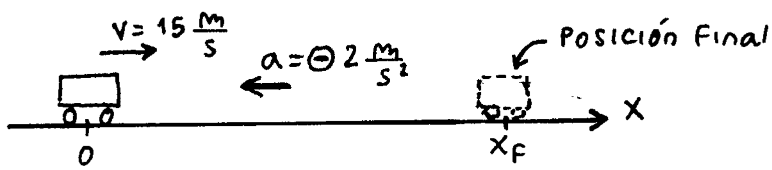
Ejemplo : **Un auto que viene con una velocidad de 54 Km/h frena durante 3 seg con una aceleración de 2m/s².**
¿ Qué distancia recorrió en ese intervalo ?.

Hago un esquema de lo que pasa. El auto viene a 54 por hora y empieza a frenar.

54 km por hora son 15 m/seg. (Dividí por 3,6). El dibujito sería este:



Ahora tomo un sistema de referencia. Lo tomo positivo para allá → . Planteo las ecuaciones horarias. Me queda esto:



$$\begin{cases} x_B = 0 + 15\,\dfrac{m}{s}\cdot t + \frac{1}{2}\left(-2\,\dfrac{m}{s^2}\right)\cdot t^2 \\ v_B = 15\,\dfrac{m}{s} + \left(-2\,\dfrac{m}{s^2}\right)\cdot\ t \\ a_B = -2\,\dfrac{m}{s^2} = cte. \end{cases} \qquad \leftarrow \text{Ecuaciones horarias.}$$

En la 1ª ec. horaria reemplazo t por 3 seg y calculo la posición final:

ver

$$x_f = 15\,\frac{m}{s}\cdot 3\ seg - 1\,\frac{m}{s}\cdot(\,3seg\,)^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x_f = 36\ m} \qquad \leftarrow \quad \text{Posición final}$$

<u>Conclusión</u>: En los tres segundos el tipo recorre 36 metros. Si yo me hubiera equivocado en el signo de la aceleración y la hubiera puesto positiva, la cosa habría quedado así:

$$x_f = 15\,\frac{m}{s}\cdot 3\,seg + 1\,\frac{m}{s}\cdot(\,3seg\,)^2$$

X_f = 54 m (Nada que ver)

Lo mismo hubiera pasado si hubiera calculado la velocidad final después de los 3 seg:

$$v_f = 15\,\frac{m}{s} + 2\,\frac{m}{s^2}\cdot 3\,seg$$

$$\Rightarrow \quad v_f = 21\,\frac{m}{s} \qquad \leftarrow \text{HORROR !}$$

Esto no puede ser. La velocidad final tiene que dar **menor** que la inicial ! (El tipo está frenando). Por eso: ojo con el signo de la aceleración. Si lo ponés mal, toooooodo el problema da mal.

CÓMO RESOLVER PROBLEMAS DE MRUV

Lo 1ro que hay que hacer es un dibujito de lo que el problema plantea y tomar un sistema de referencia. Una vez que uno tomó el sistema de referencia, escribe las ecuaciones horarias $X = X_0 + V_0\ t + \frac{1}{2}\ a\ t^2$ y $V_f = V_0 + a.t$. En las ecuaciones uno reemplaza por los datos y el problema tiene que salir.
Si el tiempo no es dato y querés ahorrarte cuentas, podés usar la ecuación complementaria $V_f^2 - V_0^2 = 2\ a\ (\ X_f - X_0\ )$

Por favor acordate de una cosa :

> Todo problema de MRUV tiene que poder resolverse usando la 1ra y la 2da ecuación horaria. **NADA MAS**. Puede ser que haya que usar primero una ecuación y después la otra. Puede ser que haya que combinar las ecuaciones. Puede ser cualquier cosa, pero todo problema tiene que salir de ahí.

Aclaro esto porque a veces vos venís con **MILES** de ecuaciones de MRUV escritas en tu hoja de formulas. Está MAL. ¿ Miles de ecuaciones ? ¿ Por qué miles ? Las ecuaciones que permiten resolver un problema de MRUV son 2. O sea, te estás complicando.
Repito: Hay sólo DOS las ecuaciones que permiten resolver **cualquier** problema de MRUV. En algún caso tal vez pueda convenir usar la ecuación complementaria si el tiempo no es dato. Pero, insisto, eso se hace para ahorrarse cuentas, nada más. Usando solamente la 1ª y la 2ª ecuación horaria el problema TIENE QUE SALIR. Tal vez sea más largo, pero usando solo 2 ecuaciones el problema tiene que salir.

Fin MRUV