



# LÓGICA

## Tema 0: **Introducción**

EUITIO

*María R. Sierra Sánchez*

LÓGICA 2009-2010



## Contenidos

- Lógica y Computación
- Lógica como Lenguaje Formal
- Métodos de Prueba de la Consecuencia Lógica

LÓGICA 2009-2010



- Mundo de la Computación

- Internet, Cine, Electrodomésticos



- Lógica



- Al expresarnos, Lenguaje de programación (sentido lógico a expresiones *if...then...*)



*Disciplina que despierta interés desde los albores pensamiento científico occidental, orígenes clásicos de la lógica, hasta nuestros días, era de la información. Ciencia aplicada a la informática*

- **Aristóteles (a.c):** Mecanización de ciertos razonamientos
- **R. Llull (1234 - 1315):** Lenguaje perfecto y un cálculo lógico general para alcanzar una ciencia enciclopédica. Lenguajes usuales de la lógica de su tiempo. Filosofía del lenguaje
- **Descartes (1596 - 1650):** Nuevo concepto de la lógica que algebrize los procesos del pensamiento
- **Leibniz (1646 - 1716):** Cálculo del raciocinio y lengua característica universal



## Lógica Moderna

- **G. Boole (1815 - 1864):** "The Laws of Thought", introduce la lógica de clases, siendo su estructura matemática el álgebra de Boole. Algunas incorporaciones a este álgebra dieron lugar a la *lógica de proposiciones o de orden 0*.
- **Lobatchevski (1829) y Bolyai(/Riemman) (1833):** Geometrías axiomáticas. Las matemáticas se convierten en una ciencia axiomática, que permite construir verdades deducibles lógicamente de los axiomas, dejando fuera la verificación del cumplimiento de dichos axiomas en el mundo real u en otro entorno. De la importancia de la Lógica en la fundamentación de las matemáticas surge la *lógica de predicados o de primer orden* (introduce variables y cuantificadores en sus sentencias).
  - Frege: Lenguaje formal y concepto de demostración o derivación
  - Schroeder: Semántica al lenguaje de predicados
  - Russel y Whitehead: Tratan de llevar a cabo la propuesta de Hilbert en los "*Principia Mathematica*" (1910-1913). Construcción de un sistema axiomático dotado de un lenguaje, axiomas y un sistema de demostración formal que permita demostrar todas las verdades o teoremas a partir de los axiomas.



## Lógica Moderna

- **Otros:** Kleene, Turing, Post, Church
  - Contribuciones teóricas con repercusión en la informática tanto en la línea de la computabilidad (meta-lógica) como en la lógica.
- **Herbrand (1929):** Bases de la lógica automatizada: demostración automática y programación lógica.



- **Lenguaje Natural**
  - Flexible, Redundante y Ambiguo
- **Lógica**
  - Requiere un lenguaje formal, riguroso y universal, centrado en afirmaciones con un único valor de verdad (V/F)
  - Menor riqueza expresiva



- **Lógica de Proposiciones**
  - Proposición o enunciado simple
- **Lógica de Predicados**
  - Componentes de la proposición: términos y predicados
- **Fórmula Lógica ó Fórmula bien formada**
  - Las fórmulas lógicas a las que se traduce un problema deben tener componentes comunes que permitan relacionarlas lógicamente.
  - Cualquier enunciado se puede traducir a lógica de proposiciones, pero a veces es imprescindible utilizar el lenguaje de predicados.



- **Razonamientos**
  - *Inductivo:*
    - Ej: *El Sol lleva saliendo sobre la Tierra más de 10000 millones de años. Luego mañana saldrá el sol sobre la Tierra.*
  - *Deductivo:* Si Premisas verdaderas en un dominio entonces se *deduce* conclusión verdadera.
    - Ej: *Si trabajas entonces te cansarás. Trabajas. Luego te cansas.*
- **Lógica:** formaliza la comprobación de si un razonamiento es correcto. En un razonamiento correcto las premisas *implican* a la conclusión.
  - *Semántico o interpretativo:* toda interpretación que haga verdaderas las premisas también hará verdadera la conclusión.
  - *Sintáctico o axiomático:* proceso algorítmico (*sistemas formales* o axiomáticos) que partiendo de las premisas y utilizando unas reglas de manipulación trata de construir la cadena de caracteres que constituye la conclusión.



## *Sistema Formal (Axiomático)*

- *Componentes*
  - Fórmulas de partida o axiomas: premisas del razonamiento
  - Reglas de derivación o manipulación de símbolos
  - Conjunto de todas las fórmulas posibles a derivar desde los axiomas mediante las reglas de derivación.
- *Objetivo:*
  - Mecanizar el proceso de comprobar si se verifica una implicación. Deberían cumplir completud y corrección. Estos conceptos son el puente entre el tratamiento sintáctico de las fórmulas lógicas realizado por los sistemas formales y la semántica de la lógica.
    - *Completud:* Si se verifica una cierta implicación existe la derivación correspondiente en el sistema formal.
    - *Corrección:* Si existe un cierta derivación, se verifica la implicación correspondiente.



- Propiedad de **Decibilidad**
  - *Lógica de proposiciones + Sistema Formal  $\rightarrow$  Decidible*
    - Decidirá correctamente si se verifica o no una implicación entre un conjunto de fórmulas C y otra fórmula F; respondiendo explícitamente cualquiera que sea la respuesta (sí/no)
  - *Lógica de predicados + Sistema Formal  $\rightarrow$  No Decidible (parcialmente decidible)*
    - Si se verifica una cierta implicación el sistema devolverá una respuesta afirmativa (sí). En caso contrario puede devolver una respuesta negativa (no) o no devolver nada (proceso de derivación hacia la fórmula implicada no tiene fin, derivación infinita)
  - Asociada a la lógica (proposiciones/predicados) no al sistema formal
- **Completud / Corrección:**
  - Ej.: Algoritmo que elabora la nómina de una empresa.
- **Tautología:** Fórmula verdadera bajo cualquier interpretación
  - Ej.: Un número natural es par o impar.



- *[DEAÑO 83] Introducción a la Lógica Formal*
  - *Realiza una presentación de la lógica pensando en un lector con nulos conocimientos de la materia y no acostumbrado al formalismo.*
- *[CARROLL 86] El juego de la Lógica*
  - *Lectura lúdica que maneja conceptos formales*
- *[HOFSTADTER 87] Gödel, Escher y Bach: Un eterno y grácil bucle*
  - *Curiosidades que exceden del ámbito de la lógica, alcanzando la computabilidad y la inteligencia artificial, pero que resultan igualmente muy interesantes desde el punto de vista de la informática.*
- *[NERODE] Logic for Applications. Appendix A: An Historical Overview.*
  - *Orientado hacia la programación lógica; contiene un apéndice dedicado a la historia de la lógica.*