**Esercizio sul fascio di circonferenze**

1. Verificare le caratteristiche del fascio di circonferenze di equazione :

(k+1)x2+(k+1)y2-2(5k+2)x+(k-2)y-6k=0

Dall’equazione data possiamo osservare che per k=-1 si ottiene l’equazione di una retta: 6x-3y+6=0 $\rightarrow $

y=2x+2 (asse radicale del fascio)

Evidenziamo le generatrici del fascio scrivendone l’equazione nella forma : x2+y2-4x-2y+k(x2+y2-10x+y-6)=0.

La prima e la seconda generatrice sono rispettivamente x2+y2-4x-2y=0 e x2+y2-10x+y-6=0.

Stabiliamo la posizione reciproca delle due generatrici risolvendo il sistema delle loro equazioni:

 $\left\{\begin{array}{c}x^{2}+y^{2}-4x-2y=0\\x^{2}+y^{2}-10x+y-6=0\end{array}\right.$ $\rightarrow $ … $\rightarrow $ $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}=x\_{2}=0\\y\_{1}=y\_{2}=2\end{array}\right.$

Le due circonferenze generatrici sono perciò tangenti nel punto T(0,2), unico punto base (doppio) del fascio. Il fascio è quindi costituito da circonferenze tangenti in T all’asse radicale.

Questo tipo di fascio contiene due circonferenze degeneri : una è l’asse radicale prima trovato e l’altra è la circonferenza di centro T(0,2) e raggio nullo. Quest’ultima ha equazione x2+y2-4y+4=0 e coincide con l’equazione del fascio riscritta in forma canonica se, ad esempio, si impone che siano uguali i termini noti:

$\frac{-6k}{k+1}=4 \rightarrow k=-\frac{2}{5}$ .

Il valore di k corrisponde alla circonferenza di raggio nullo si sarebbe potuto trovare anche uguagliando a zero l’espressione del raggio della generica circonferenza del fascio .