Informazioni sul codominio

Si procede a valutare se la funzione è:

Definizione	Conseguenza	Esempio
pari se $f(-x) = f(x) \quad \forall x \in D$	il grafico è simmetrico rispetto all'asse y. Studio la funzione in $[0,+\infty[$ e poi la ribalto	$f(x) = x^2$;
dispari se $f(-x) = -f(x) \ \forall x \in D$	il grafico è simmetrico rispetto all'origine O Studio la funzione in $[0,+\infty[$ e poi la ribalto rispetto a y e poi rispetto a x	$f(x) = x^3$;
periodica di periodo T se $f(x+T) = f(x) \ \forall x \in D$	Studio la funzione in un intervallo del tipo [0,0+T[e poi la duplico.	$f(x) = \cos x$;

Studio del segno: ovvero mi chiedo per quali *x* la funzione *f(x)>0*.

Attenzione: a) non sempre è possibile uno studio facile del segno

b) se la funzione risulta pari, dispari o periodica. Studio il segno solo nell'intervallo specificato.

c) quando descrivo gli intervalli nei quali la funzione risulta positiva (o negativa) dovrò **sempre** considerare che questi stiano nel dominio!

Sul grafico: riporto le informazioni ottenute barrando le regioni del piano nella quale la funzione non passerà

Incontro con gli assi:

a. calcolo e riporto sul grafico il punto di ascissa 0 e ordinata f(0)
b. calcolo (e riporto sul grafico) i valori di *x* per i quali la *f(x)=0.* Tale calcolo non è sempre facile e/o possibile.
   Attenzione: se la funzione in esame è fratta basterà considerare il numeratore; se la funzione in esame è un logaritmo basterà porre l'argomento =1; se la funzione in esame è un esponenziale non esisterà alcun valore tale che f(x)=0.

Attenzione individuare i punti in cui $f(x) = 0$ non è sempre immediato e/o possibile; in molti casi si procede ad uno studio della funzione proprio per individuare un intervallo (o gli intervalli) in cui gli zeri della funzione cadono.

A tal fine spesso possono tornare utili:

1) Teorema di Bolzano

1) Teorema degli zeri [o di Bolzano 1817]

Sia

1) *f(x) una funzione continua in un intervallo limitato e chiuso [a,b]*
2) *f(x) assume valori di segno opposto negli estremi dell'intervallo (ovvero* $f(a)\cdot f(b)<0$ *)*

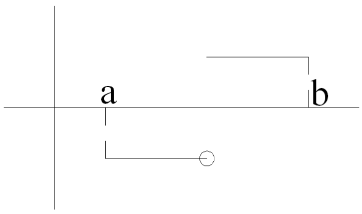
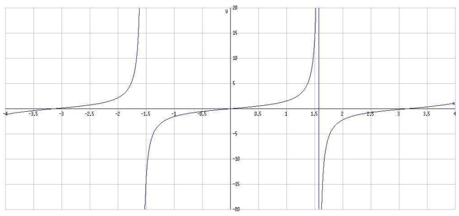
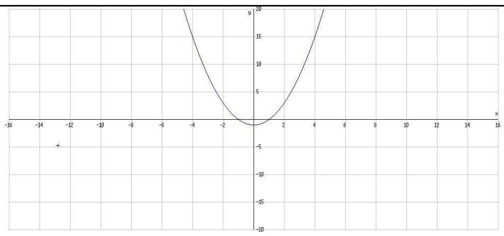
allora esiste <u>almeno un</u> punto $c\in[a,b]$ *tale che f(c)=0*

Significato intuitivo: se la funzione è continua, non stacco la penna ovvero non ho "buchi" o salti, e dunque se, ad esempio, parto da un valore f(a) negativo e arrivo, camminando sul grafico, ad un valore f(b) positivo allora devo passare almeno una volta attraverso l'asse x (ovvero f(x)=0).

Elementi essenziali del teorema:

1) dall'esempio della scheda si ricava che *la continuità è fondamentale per il funzionamento del teorema.*
2) *L'intervallo in esame deve essere limitato,* poiché se non lo fosse almeno uno degli estremi è ∞ e non posso calcolare il valore della funzione. Analogamente l'*intervallo deve essere chiuso.*
3) *La funzione deve assumere valori opposti sugli estremi, altrimenti non posso affermare niente.*

Vediamo graficamente esempi che mi chiariscono questi ultimi punti:

caso 1		La funzione non è continua e pur essendo verificate le altre condizioni, vediamo che non ammette c tale f(c)=0
Caso 2		La funzione f(x)=tanx nell'intervallo [1,2]. L'intervallo è bucato e la funzione non è continua. Pur verificando f(1)f(2)<0. Non esiste x=c tale che f(c)=0
Caso 3		La funzione è continua e agli estremi dell'intervallo limitato e chiuso [-4,4] assume valori concordi. Dunque non posso affermare niente. Analogamente in [3,4].

2) uno studio della funzione

Individuando i minimi e massimi (specie se sono facilmente calcolabili come punti stazionari) per poi applicare il teorema di Bolzano.