

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CRECIMIENTO DE UNA POBLACIÓN BACTERIAS Y VIRUS QUE SIGUEN UN PATRÓN DE CRECIMIENTO SEGÚN UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

Número de individuos = población inicial · (ritmo de crecimiento)^{tiempo transcurrido / tiempo que tarda la población en aumentar su población según su ritmo}

$N = N_0 \cdot a^t$

N = población de individuos
 N_0 = población inicial
 a = ritmo de crecimiento
t = tiempo transcurrido
tr = tiempo que tarda una población en aumentar su población según dicho ritmo

EJEMPLOS

- 1) El crecimiento de un cultivo de bacterias es tal que a cada hora se duplica el número de las mismas. En estas condiciones había 1000 bacterias al iniciar el experimento. ¿Cuántas bacterias habrá en el cultivo cuando transcurra un día (=24 horas)?

$$N = 1000 \cdot 2^{24/1}$$

$$N = 1000 \cdot 16777216$$

$$N = 16.777.216.000$$

Solución: Transcurridos 24hrs

habrá 16.777.216.000 de bacterias

$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$

N = ¿?
 $N_0 = 1000$
 $a = 2$ (se duplica)
t = 24 horas
tr = 1 hora

- 2) El crecimiento de un cultivo de bacterias es tal que a cada 20 minutos se cuadruplica el número de las mismas. Si había 500 bacterias al iniciar el experimento y estas condiciones no varían. Halla la fórmula general para esta situación y halla posteriormente cuantas bacterias habrá transcurrido 2 horas.

$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

$N = ?$
 $N_0 = 500$
 $a = 4$
 $t = 2 \text{ horas} = 120 \text{ minutos}$
 $tr = 20 \text{ minutos}$

$$N = 500 \cdot 4^{120/20}$$

$$N = 500 \cdot 4^6$$

$$N = 500 \cdot 4096$$

$$N = 2048000$$

Solución: Transcurridos 2 hrs (=120 minutos) habrá 2.048.000 de bacterias en el cultivo

- 3) El tamaño de cierto cultivo de bacterias se multiplica por 2 cada 30 minutos. Si suponemos que el cultivo tiene inicialmente 5 millones de bacterias, ¿cuántas bacterias habrá transcurrido 3 horas?

$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

$N = ?$
 $N_0 = 5.000.000$
 $a = 2$
 $t = 3 \text{ horas} = 180 \text{ minutos}$
 $tr = 30 \text{ minutos}$

$$N = 5000000 \cdot 2^{180/30}$$

$$N = 5000000 \cdot 2^6$$

$$N = 5000000 \cdot 64$$

$$N = 320.000.000$$

Solución: Transcurridos 3 hrs (=180 minutos) habrá 320.000.000 de bacterias en el cultivo

- 4) El tamaño de cierto cultivo de bacterias se multiplica por 2 cada 20 minutos. Si suponemos que el cultivo tiene inicialmente 9 millones de bacterias, ¿cuántas bacterias habrá transcurrido 5 horas?

$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

$N = ?$
 $N_0 = 9.000.000$
 $a = 2$
 $t = 5 \text{ horas} = 300 \text{ minutos}$
 $tr = 20 \text{ minutos}$

$$N = 9000000 \cdot 2^{300/20}$$

$$N = 9000000 \cdot 2^{15}$$

$$N = 9000000 \cdot 32768$$

$$N = 294.912.000.000$$

Solución: Transcurridos 5 hrs (=300 minutos) habrá 294.912.000.000 de bacterias en el cultivo

- 5) Un país tiene una población de 12 millones de habitantes y se espera que se duplique en 20 años. ¿Cuántos habitantes habrá tras ese tiempo?

$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

$N = ?$
 $N_0 = 12.000.000$
 $a = 2$
 $t = 20 \text{ años}$
 $tr = 20 \text{ años}$

$$N = 12000000 \cdot 2^{20/20}$$

$$N = 12000000 \cdot 2^1$$

$$N = 12000000 \cdot 2$$

$$N = 24.000.000$$

Solución: Transcurridos 20 años habrá 24.000.000 de personas en ese país.

- 6) Macarena está estudiando el crecimiento de una población de insectos. Durante la primer semana hay 500 insectos, la segunda semana hay 1500 y las semanas siguientes se sigue triplicando la población. Escribe una fórmula general para el problema. ¿Cuántos insectos habrá para sexta semana?

$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

$N = ?$
 $N_0 = 500$ (1º semana) + 1500 (2º semana) = 2.000
 $a = 3$
 $t = 4$ semanas
 $tr = 1$ semana

$$N = 2000 \cdot 3^{4/1}$$

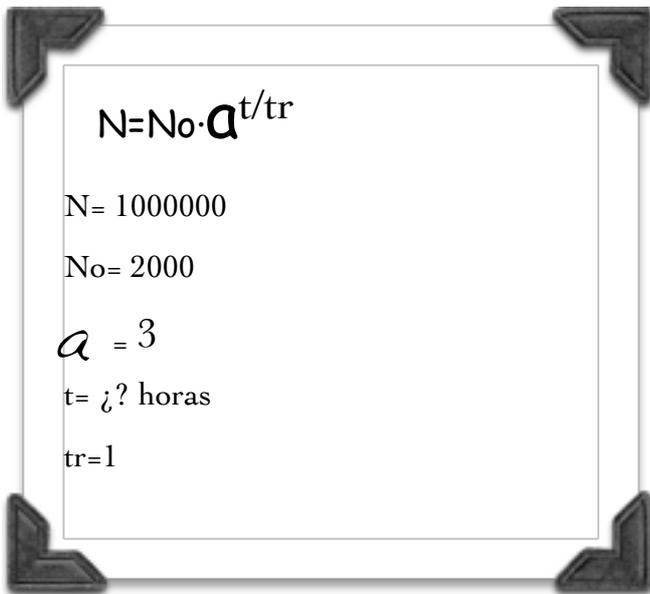
$$N = 2000 \cdot 3^4$$

$$N = 2000 \cdot 81$$

$$N = 162.000.000$$

Solución: Transcurridos 4 semanas (la sexta semana desde que empezó a triplicarse) habrá 162.000.000 insectos.

- 7) Sabemos que una población inicial de 2000 virus de una especie africana sigue el siguiente patrón de crecimiento $N = 2000 \cdot 3^t$. Si la población final de virus es de 1.000.000 y nos piden que averigüemos el tiempo que han tardado los virus en alcanzar ese tamaño deberemos resolver una ecuación exponencial (¿Por qué es una ecuación? Porque nuestra incógnita, t , no está despejada. ¡Ojo!! Ahora nos preguntan justo lo contrario; es decir nos dan N y nos piden que averigüemos t).



$$N = N_0 \cdot a^{t/tr}$$

$N = 1000000$
 $N_0 = 2000$
 $a = 3$
 $t = ? \text{ horas}$
 $tr = 1$

$$1000000 = 2000 \cdot 3^t$$

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una ecuación por el mismo número la ecuación no cambia. Luego si divido por 2000 me queda la siguiente ecuación

$$500 = 3^t$$

Ahora tengo que despejar la incógnita del exponente, ¿cómo lo hago?

La operación que permite despejar una incógnita de un exponente se denomina logaritmo y se representa como log.

En este caso, el logaritmo se escribe: $t = \log_3 500$ y se lee "logaritmo en base 3 de 500".

Representa el número al que hay que elevar 3 para que dé de resultado 500.

$$t = 5,65678 \text{ horas}$$

lo hacemos con la calculadora tecleando:



Obteniendo como resultado: **5,65678... horas.**

La operación que acabas de hacer en la calculadora se puede escribir empleando el lenguaje de las Matemáticas:

$$t = \log_3 500 = \frac{\log_{10} 500}{\log_{10} 3}$$