# INSTITUTO COLOMBIANO PARA EL FOMENTO DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR –ICFES-



# FUNDAMENTACIÓN CONCEPTUAL ÁREA DE MATEMÁTICAS

#### **Autores:**

MYRIAM MARGARITA ACEVEDO CAICEDO, JOSÉ REINALDO MONTAÑÉZ PUENTES, CRESCENCIO HUERTAS CAMPOS (Profesores Universidad Nacional de Colombia)

> MARÍA CRISTINA PÉREZ CAMACHO (Profesora pensionada Secretaría de Educación Distrital de Bogotá)

Con la participación y aportes de

GRACE JUDITH VESGA BRAVO (ICFES)

**Lector Internacional** 

Bruno D' Amore Universidad de Bologna -Italia-

Bogotá, Mayo 2007

#### MARCO TEÓRICO DE LAS PRUEBAS DE MATEMÁTICAS

Grupo de Evaluación de la Educación Superior - ICFES Claudia Lucia Sáenz Blanco

Grupo de Evaluación de la Educación Básica y Media - ICFES Flor Patricia Pedraza Daza

© ICFES

Diseño y diagramación: Secretaría General, Grupo de Procesos Editoriales - ICFES

#### ALVARO URIBE VÉLEZ Presidente de la República

FRANCISCO SANTOS CALDERÓN Vicepresidente de la República

CECILIA MARÍA VÉLEZ WHITE

Ministra de Educación Nacional

# INSTITUTO COLOMBIANO PARA EL FOMENTO DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR



**DIRECTORA GENERAL**MARGARITA PEÑA BORRERO

**SECRETARIO GENERAL**GENISBERTO LÓPEZ CONDE

SUBDIRECTOR DE LOGÍSTICA FRANCISCO ERNESTO REYES JIMÉNEZ

SUBDIRECTOR ACADÉMICO
JULIÁN PATRICIO MARIÑO VON HILDEBRAND

OFICINA ASESORA DE PLANEACIÓN CLAUDIA NATALIA MUJICA CUELLAR

**OFICINA ASESORA JURÍDICA**MARTHA ISABEL DUARTE DE BUCHHEIM

OFICINA DE CONTROL INTERNO LUIS ALBERTO CAMELO CRISTANCHO

# **TABLA DE CONTENIDO**

I	NATURALEZA DE LA EVALUACION EN MATEMATICA	5
2	OBJETO DE EVALUACIÓN: LA COMPETENCIA MATEMÁTICA	12
2.1	Referentes de la Competencia en Matemáticas	13
3	EL CONTEXTO DE LA EVALUACIÓN	17
3.1	El conocimiento matemático en la escuela	17
3.2	La estructura curricular. Organizadores Curriculares.	18
4	LA ESTRUCTURA DE LAS PRUEBAS	21
4.1	Competencias específicas	21
4.2	Componentes	22
5	BIBLIOGRAFIA	24
ANEXO 1		25

## INTRODUCCIÓN

I documento que presentamos a continuación toma como punto de partida las valiosas discusiones presentadas en los marcos de las pruebas de matemáticas aplicadas en los años anteriores por el ICFES, retoma los planteamientos presentados en ellas e intenta enriquecerlos con algunos referentes teóricos y epistemológicos de la educación matemática actual y de la evaluación. El objeto de evaluación como se había propuesto en documentos anteriores es la competencia matemática.

En el análisis de documentos anteriores del área se habían identificado tres aspectos que estaban ausentes o merecían ser descritos con mayor claridad, uno, el relativo a presentar un marco unificado para la prueba SABER y la prueba de ESTADO, el otro el relacionado con la redefinición de las competencias a evaluar y el último relativo a la coherencia entre la propuesta de evaluación y las propuestas curriculares del MEN. (Estándares Básicos de Competencias y Lineamientos Curriculares).

En el documento que presentamos se abordan estos tres aspectos. Se describe un marco unificado para las dos pruebas y se considera para ellas un único criterio de evaluación ampliamente caracterizado en el escrito: la competencia matemática, pero se propone una redefinición de las competencias a evaluar. Es bien conocido que desde el año 2000 se evalúan en todas las áreas las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva, competencias generales y transversales, sin embargo, en el marco del área tomando como referencia estas competencias, se definen competencias específicas relacionadas con los procesos propuestos en el documento de Lineamientos Curriculares; comunicación y representación, razonamiento y argumentación y modelación, planteamiento y resolución de problemas.

En lo que respecta al currículo partiendo de los documentos del MEN se agruparon y redefinieron los componentes a evaluar en las pruebas retomando los cinco pensamientos: numérico, variacional, geométrico, métrico y aleatorio e identificando en los estándares los desempeños y los contextos pertinentes para indagar por las competencias antes referidas.

### 1. NATURALEZA DE LA EVALUACIÓN EN MATEMÁTICA

En la sociedad actual se reconoce de manera muy especial que la cultura matemática resulta esencial para que los individuos tengan una vida productiva y con sentido, y para ello se han venido replanteando los fines de la educación matemática en los proyectos educativos. La escuela debe preparar a los alumnos para ser ciudadanos productivos y en consecuencia, además de que la formación matemática es un requisito esencial para el estudio de una amplia variedad de disciplinas, debe potenciar a los estudiantes con los conocimientos, destrezas y formas de razonamiento que requieran para su vida diaria; debe prepararlos tanto para la educación superior, como para desempeñarse eficientemente en una sociedad que evoluciona rápidamente y tiene problemáticas muy diversas, proporcionarles además experiencias que los animen a valorar la matemática y a adquirir confianza en su propia capacidad.

La educación matemática tiene una dimensión social fundamental, como lo reitera el profesor Luis Rico en su libro "Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas en la Educación Secundaria", esta dimensión, comenta, va mas allá del pensar en "fines de carácter utilitario", abarca la práctica social de la disciplina, los contextos matemáticos y los hábitos y prácticas usuales en el empleo de las matemáticas. Hace referencia, a todas aquellas situaciones del mundo laboral y social en las que el dominio de herramientas matemáticas es necesario para un desempeño y desarrollo eficientes; tiene que ver, además, con las necesidades básicas de cada ciudadano, con el conocimiento matemático imprescindible para desenvolverse en sociedad, para comunicarse y recibir información general, para interpretar y tomar decisiones consecuentes con su interpretación.

Se vislumbra en las líneas anteriores el papel formativo de la educación matemática, que así como otras disciplinas, además de potenciar a los estudiantes para analizar situaciones, establecer relaciones, deducir consecuencias, identificar y resolver problemas y aplicar su conocimiento en contextos y situaciones diversas, debe motivarlos a participar en la construcción de su propio conocimiento, estimularlos a trabajar en equipo y a participar críticamente en la toma de decisiones.

En el contexto de nuevas perspectivas acerca de la educación en general y de la educación matemática en particular, la evaluación es considerada hoy como parte fundamental de los procesos de enseñanza y aprendizaje y está ligada a las interacciones sociales que suceden en el aula; ella es fuente de información sobre la eficiencia del sistema educativo para estudiantes, educadores, padres de familia, legisladores y público en general; dicha información orienta lineamientos para diseñar políticas que apunten al mejoramiento de la calidad. Los cambios educativos han venido transformando la función de la evaluación, de modo que ahora no sólo sirve a fines diagnósticos de tipo clasificatorio, sino que hoy se considera un factor que incide en el quehacer cotidiano; se piensa que un cambio en los resultados captados por ella repercute en la práctica

educativa, incide sobre el proceso, el tipo de tareas, los materiales, la organización, la planificación, entre otros.

El significado y carácter de la evaluación ha evolucionado desde una simple emisión de juicios sobre logros cognitivos o valoraciones sobre comportamiento, para constituirse, por lo menos, desde los planteamientos teóricos, en parte integral del proceso educativo, eje fundamental del currículo y de la práctica diaria en el aula, que informa y guía a los profesores y a las instituciones en torno a las decisiones y políticas curriculares.

El concepto de evaluación considerado desde multiplicidad de perspectivas que están determinadas por sus propósitos, entre los que se considera fundamental hoy no sólo el tener evidencias sobre aquello que los estudiantes conocen o están en posibilidad de hacer, sino derivar de los análisis inferencias que tengan impacto directo sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje. La evaluación debería potenciar el aprendizaje de los estudiantes, las tareas usadas para evaluarlos se constituyen, de hecho, en un mensaje acerca de los aspectos del conocimiento escolar que son importantes; además, la retroalimentación que recibe el estudiante del maestro, respecto a sus tareas, lo motivan a asumir responsablemente su propio aprendizaje.

La discusión actual, respecto al conocimiento, se centra en la forma como éste se representa, organiza y procesa y en lo relativo al aprendizaje se enfatiza hoy en la dimensión social que involucra prácticas participativas ligadas con el conocimiento significativo y la comprensión. Esto implica que la evaluación, tanto interna como externa, debe transformarse e ir más allá del enfoque centrado en indagar por una destreza particular y por porciones aisladas del conocimiento pasando a abarcar aspectos más complejos del logro de los estudiantes, como por ejemplo: cómo organiza la información adquirida, qué sabe, cómo lo sabe y cómo puede utilizar el conocimiento para responder preguntas, resolver problemas y emprender nuevos aprendizajes.

#### ¿Se retoman estas perspectivas en la política educativa de nuestro país?

Derivado de la Ley General de Educación y en relación con la evaluación del rendimiento escolar, en la resolución 2343, se menciona un principio que no se rebate, al menos explícitamente, en el decreto 0230 del 2002, y que se considera debe estar presente para definir prácticas de evaluación tanto interna como externa:

"Las propuestas pedagógicas y curriculares formuladas en la ley 115 de 1994 conllevan una nueva visión de la evaluación y de las prácticas evaluativas. Se pretende avanzar hacia un proceso evaluativo dinámico y abierto, centrado en el impacto del quehacer pedagógico sobre las diferentes dimensiones del desarrollo integral humano"

Este principio plantea requerimientos y compromisos de la comunidad educativa. Por parte del educador exige el dominio de aspectos esenciales del desarrollo humano y una efectiva intervención en el proceso curricular; por parte de los estudiantes y padres

de familia participación activa en el proceso curricular y compromiso con el proyecto formativo.

Dos años después de la publicación de la resolución 2343, el documento de Lineamientos Curriculares de Matemáticas, retoma el tema de la evaluación y en términos más específicos expresa:

"La evaluación debe ser formativa, continua, sistemática y flexible, centrada en el propósito de producir y recoger información necesaria sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje que tienen lugar en el aula y por fuera de ella. El papel de los docentes, institución y familia consiste en interpretar y valorar las informaciones obtenidas para tomar decisiones encaminadas a la cualificación de los aprendizajes de los alumnos y las estrategias..." y en otro aparte:

"La evaluación debe ser más una reflexión que un instrumento de medición para poner etiquetas a los individuos, aunque debe incluir la adquisición de informaciones, importan más las formas de actuación y las actitudes de los estudiantes, se debe evaluar continuamente al estudiante en comportamientos que muestren su trabajo cotidiano, su actitud, su interés; incluyendo elementos tan variados como concepciones, comprensión de conocimientos básicos, formas de comunicación, capacidad para aplicar conocimientos, para interpretar, plantear y resolver problemas, participación en tareas colectivas..."

De manera excepcional, en el área de matemática, las nuevas visiones acerca de la evaluación se generan en el marco del reconocimiento de la naturaleza compleja de la matemática escolar, que está determinada no sólo por los conocimientos que los niños y niñas traen desde sus experiencias previas y contextos, sino por los desarrollos y avances de la disciplina misma y por las necesidades sociales, sentidos y significados de la matemática en contextos sociales y culturales diversos. Si aceptamos por ejemplo, que la matemática es una ciencia viva y cambiante, es parte integral del conocimiento y de la cultura, y se relaciona de forma íntima con otras áreas en la búsqueda de soluciones a problemas sociales que se presentan en un momento dado; la matemática escolar debería constituirse hoy en una herramienta fundamental para modelar situaciones, comprender la tecnología, incorporando en su hacer de forma adecuada y pertinente aquellos temas que van adquiriendo mas relevancia en la sociedad.

Los cambios en paradigmas educativos y las nuevas visiones acerca de la educación matemática, relacionadas con concepciones distintas sobre la naturaleza de la matemática (producto de una actividad humana, dinámica, constituida por un sistema relacionado de principios e ideas que se construyen a través de la exploración y la investigación...), intentan romper con la mirada diagnóstica y de tipo clasificatorio de la evaluación y enfatizar en su papel de apoyo y enriquecimiento del quehacer cotidiano.

Tanto en el ámbito internacional, como en nuestro país, el paso, de una concepción de evaluación centrada en modelos cuantitativos a una concepción centrada en modelos

cualitativos, está acompañado de importantes planteamientos acerca de las funciones de la evaluación, pertinentes tanto a la evaluación interna como externa. En lo social, se considera hoy que la evaluación es un elemento de apoyo y orientación de todos los estudiantes, no de un grupo particular, y debe responder a necesidades y demandas de los individuos y de la comunidad. En lo ético y político desaparece la función penal de la evaluación, al considerarla como parte integral del proceso educativo; esto implica concebir la práctica curricular y evaluativa, como un seguimiento permanente al proceso de adquisición de una cultura "básica", el error se constituye en vía natural de acceso al conocimiento, es manifestación de un proceso constructivo que se debe encauzar y orientar.

La evaluación tiene desde luego una función pedagógica, pues permite reconocer cambios surgidos durante el proceso de enseñanza aprendizaje, e identificar el grado de apropiación de conceptos y procedimientos, para proponer revisiones y reelaboraciones. Permite además, valorar el trabajo escolar, prestar apoyo, incentivar avances. Se fomenta, a partir de la evaluación, una actitud de autocrítica al reconocer que la adquisición de conocimiento o el desarrollo de la compresión por parte de los estudiantes no es problema exclusivamente mental, está mediado por prácticas y significados institucionales y por multiplicidad de factores asociados.

La evaluación debe generar desde su análisis e interpretación, participación de los educadores en las decisiones institucionales, políticas y administrativas, esto es, ejerce una función de autocontrol y juicio del sistema evaluador; provee información a los profesores que les permite tomar decisiones sobre el diseño, planes y proyectos, en el sentido por ejemplo de: ¿cómo y cuando revisar elementos básicos?, ¿cómo trabajar conceptos que revisten especial dificultad?, ¿cómo adaptar actividades para estudiantes que requieren profundización o enriquecimiento?. La evaluación se constituye entonces en fuente de evidencias, una evaluación significativa permite a los profesores hacer inferencias y tomar decisiones.

# Y, ¿cuál sería el carácter de la evaluación en matemática, desde estas perspectivas?

Si se asume, que la evaluación conlleva un análisis del proceso que ocurre en el aula, un modelo de evaluación que deje de lado el énfasis exclusivo en la valoración de aspectos conceptuales, la catalogación del estudiante como responsable del fracaso, el uso del examen como único instrumento y de la evaluación como conclusión de un proceso, deberá en primer lugar, privilegiar el elemento formativo por encima del simplemente sancionador, implicará un conocimiento de la realidad inicial (alumno, aula, sistema), supondrá el análisis del papel e incidencia del currículo en el proceso, valorará el desfase entre lo pretendido y lo alcanzado y permitirá reorientar y modificar el proceso, colocando el énfasis en mejorar calidad del currículo.

Si la evaluación nos permite determinar que están "aprehendiendo" y que están en posibilidad de hacer nuestros estudiantes, ésta debería tener consecuencias positivas

para sus aprendizajes, se estaría hablando de una evaluación formativa. "Buenas" evaluaciones pueden potenciar el aprendizaje de diversas maneras: envían un mensaje a los estudiantes acerca de que clase de conocimientos y habilidades matemáticas son valiosas y este mensaje puede influenciar sus decisiones sobre que trabajar a fondo y que no trabajar. Particularmente, en la evaluación interna, es importante que las tareas propuestas sean consistentes con un trabajo enriquecedor cotidiano en el aula, la socialización de producciones, las discusiones, el trabajo cooperativo, proporcionan espacios de aprendizaje donde los estudiantes articulan sus ideas y avanzan en su proceso de aprendizaje. Por ejemplo, la presentación y análisis de diferentes soluciones a problemas abiertos proporcionan elementos importantes respecto a estrategias, formas de argumentación, validez, o pertinencia de una solución. Se cultiva en esta forma la disposición y la capacidad de autoevaluarse y reflexionar sobre su propio trabajo y desde luego esto impacta positivamente el aprendizaje de los estudiantes.

La evaluación debe reflejar la matemática que "todos" los estudiantes deben conocer, "conocimientos básicos" y debería abordar tanto la "comprensión" de los conceptos, como el uso con significado de procesos, procedimientos, herramientas. Dado además, que diferentes estudiantes van construyendo a ritmos distintos, significados, aproximaciones, representaciones y estrategias diversas, la evaluación debe considerar aproximaciones múltiples.

El asumir la evaluación como parte integral del proceso, debería además, generar una continua reflexión sobre tópicos fundamentales a evaluar, los procesos de aprendizaje, las etapas de desarrollo y las posibilidades de potenciar uno u otro aprendizaje o de explorar estructura y organización del conocimiento y los procesos cognitivos.

Una de las primeras preocupaciones del evaluador se ubica usualmente en determinar lo que se va a evaluar. Las investigaciones y la experiencia han mostrado que esta determinación se deriva fundamentalmente de los propósitos de la evaluación y de las concepciones acerca de la matemática y su aprendizaje. Por ejemplo, si en uno de los extremos de los posibles matices de concepciones, se considera la matemática, como una colección de hechos, herramientas y conceptos que se pueden segmentar y en consecuencia explorar aisladamente, la evaluación se centrará en aspectos puntuales, el evaluador esperará que el estudiante demuestre maestría en ellos para determinar alcanzó un nivel funcional en el área. Si en otro extremo, se considera la matemática como un cuerpo estructurado de conocimientos interdependientes, la evaluación explorará si el estudiante conoce objetos, conceptos, herramientas, propiedades, principios y establece relación entre ellos.

Es importante destacar aquí tres líneas de investigación en esta última concepción e insistir en los planteamientos que respecto a la evaluación se derivan de cada una, pues pueden ser de utilidad en reflexiones futuras.

La primera línea, considera cada dominio conceptual de la matemática previamente estructurado y orienta sus propuestas a especificar una colección de posibles tareas en

las que se da peso relativo a diferentes apartes de un dominio, dichas tareas permiten profundizar en el estudio y análisis del dominio, y resultan muy adecuadas para indagar por el uso de procedimientos, más que por la solución de problemas o el razonamiento.

La segunda va mas allá de la especificación de contenidos y tareas, para dar relevancia a las relaciones entre situaciones diversas y problemas de un mismo dominio, una gran variedad de tareas puede ser propuesta desde algunos elementos que definen un campo conceptual, con esta mirada se podría potenciar el proceso de construcción de significado, esto es, madurar o profundizar en los conceptos al interior de cada dominio.

Finalmente la tercera línea de investigación, considera el conocimiento matemático integrado y propone que la evaluación involucre la aplicación de diversos conceptos, relaciones, estructuras de uno o de distintos dominios. Las tareas desde esta perspectiva requieren que los estudiantes apliquen variedad de conceptos, procedimientos, pero además que dispongan de herramientas sólidas en razonamiento y resolución de problemas, no se limitan a indagar por herramientas puntuales, sino por un conocimiento y hacer unificado; por ejemplo, un conjunto de situaciones que consideran diferentes formas de representación, tareas dirigidas a evaluar conocimiento de la función y gráfica o aquellas que requieren recolección y análisis de información estarían en esta perspectiva.

Los planteamientos anteriores están relacionados con las concepciones del educador matemático respecto a la naturaleza de las matemáticas, concepciones que implican formas distintas de asumir el aprendizaje y la enseñanza de esta disciplina. Por ejemplo, una caracterización de las matemáticas en términos de la resolución de problemas, se opone a la aceptación de las matemáticas como un conjunto de hechos, algoritmos, procedimientos o reglas que el estudiante debe memorizar o ejercitar; el estudiante participa activamente en el desarrollo de las ideas matemáticas, los problemas son abiertos y el aprendizaje está relacionado con la práctica de hacer matemáticas. En este, punto de vista, se acepta la existencia de diversos métodos procedimientos, estrategias, mientras que un punto de vista estático o instrumentalista se insiste en identificar un único método correcto para resolver cada problema. Estas diferentes formas de presentar a las matemáticas en el salón de clases conllevan desde luego diversas formas de evaluación. Mientras que para un punto de vista instrumentalista un examen puede ser un indicador del progreso matemático, para una concepción dinámica relacionada con la resolución de problemas son importantes no sólo las diversas soluciones que un problema pudiera tener sino también la calidad de éstas.

De otra parte, si se considera que el aprendizaje es un proceso dinámico y continuo, es una experiencia individual y social y se reconoce que los estudiantes van construyendo sus propios significados conectando informaciones nuevas, modificando y acomodando esquemas, la evaluación debería estar enfocada hacia la flexibilidad, la creatividad y la perseverancia frente a tareas matemáticas, debería fundamentalmente promover

confianza en el hacer matemático. Entonces, la evaluación deberá orientarse a indagar por niveles de comprensión de conceptos y procedimientos, analizar formas de razonamiento, estrategias de resolución de problemas y diversas maneras de expresar ideas matemáticas.

Es importante mencionar aquí que si bien en las evaluaciones externas, por el tamaño de la población, se privilegian las pruebas cerradas, en el aula de clase el trabajo se debería centrar en los problemas abiertos, pues permiten al estudiante explorar variedad de opciones que no están prescritas a una regla o limitadas a resultados o estrategias previamente determinados; realmente a través de ellos se puede apreciar como va avanzando el proceso. Las tareas abiertas permiten al estudiante mostrar flexibilidad en la interpretación, y demostrar su comprensión, y al profesor identificar información relevante para reestructurar sus planes y proyectos.

# 2. OBJETO DE EVALUACIÓN: LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

La propuesta de evaluación que se plantea para el área, además de reconocer y asumir los referentes teóricos y epistemológicos de la educación matemática y de la evaluación mencionados en los apartes anteriores, reitera los planteamientos de publicaciones sobre pruebas de Estado y pruebas SABER en el sentido de considerar como objeto de evaluación la competencia matemática, apartándose del énfasis exclusivo en contenidos matemáticos formales y aislados.

En la caracterización de la competencia matemática, como se discutirá más adelante, se involucran posturas que tienen que ver con la forma de asumir el conocimiento matemático y la educación matemática, en ellas se propone un acercamiento a las matemáticas escolares donde sean plausibles diferentes significados, interpretaciones, razonamientos y estrategias.

La matemática escolar se asume hoy, construida en un contexto sociocultural y por ende los objetos de la matemática pueden tener múltiples sentidos. Esto hace posible reconocer objetos propios de la matemática escolar, distintos de los objetos de la matemática disciplinar, pues los objetos de la primera están en proceso de construcción. Se concibe además que la resolución de problemas en la escuela no es un tema más del currículo, sino un contexto en el que pueden ser enseñados, aprendidos y evaluados los conceptos, procedimientos, destrezas y estrategias y mas aún donde puede manifestarse "el hacer matemáticas" con sentido.

La resolución de problemas, concebidos como situaciones en las que los estudiantes identifican, seleccionan y usan estrategias pertinentes y adecuadas para obtener soluciones válidas en el contexto matemático, permite dar cuenta de procesos significativos en la construcción de pensamiento matemático, en tanto que para solucionar problemas el estudiante debe modelar, representar y enfrentarse a situaciones que le amplían y posibilitan la construcción de distintos sentidos de un concepto, se reconoce lo intuitivo como un elemento potenciador del pensamiento matemático en el sentido de abrir caminos en el proceso de formalización. Aunque actualmente el énfasis de la enseñanza en los niveles básicos ya no se centra en la formalización, el rigor, la sintaxis y la abstracción; las concepciones actuales sobre la matemática escolar van más allá, insisten en el "hacer", en la construcción de significado en situaciones que exigen establecer relaciones, hacer razonamientos, aplicar procedimientos, construir estrategias para validar, explicar o demostrar, abogan pues por el desarrollo del pensamiento.

Retomando estas perspectivas, en las pruebas, se indagará, tanto por el conocimiento matemático que ha logrado estructurar el estudiante, como por los procesos que intervienen en la construcción de pensamiento matemático. Se indagará, por el uso de la matemática en situaciones significativas, uso que necesariamente lleva a las prácticas o formas de actuación propias de la disciplina, esto es, por el acercamiento al hacer matemático, a los procesos de pensamiento propios de una matemática en continua

construcción. El uso de la matemática será explorado en contextos que permitan a través de procesos de matematización reconocer los conceptos y estructuras construidos en la matemática escolar. Algunos de estos contextos se referirán a la llamada "realidad matematizable".

A través de problemas como los descritos, se pretende, no sólo destacar la importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje significativo de los conocimientos matemáticos sino incidir sobre las prácticas y énfasis, en el sentido de desprender a los estudiantes (y desde luego a los docentes) de los ejercicios o problemas tipo, propios de la práctica cotidiana y de los textos. Enfrentándolos a situaciones abiertas de no rutina que les exijan seleccionar diversos caminos o estrategias, discutir posibilidad de más de un solución o ninguna, esto es, problemas propios del verdadero hacer matemático.

#### 2.1 Referentes de la Competencia en Matemáticas

En el documento de matemáticas de la "Serie Examen de estado para Ingreso a la Educación Superior. Cambios para el siglo XXI", se asume la competencia como objeto de evaluación y para caracterizarla se parte de discusiones originadas desde la sicología cognitiva y cultural referidas a la naturaleza del conocimiento, al papel del lenguaje en su construcción y a la relación de los significados de los conceptos con el contexto del cual emergen. En estas discusiones aparece como punto central la actividad cognitiva y las diversas maneras de reconocerla a través de distintos instrumentos de evaluación. Se propone explorar esta actividad, en las pruebas, a partir de las competencias que demuestran los estudiantes cuando se enfrentan a la solución de situaciones problema.

Igualmente en el documento en mención, entre las teorías cognitivas se retoman aquellas que ven en el sujeto diferentes posibilidades de actuación, de acuerdo con el contexto en el cual se movilizan determinados conocimientos. Esto remite, desde la perspectiva de Torrado, a que en una situación particular, el sujeto use con sentido diferentes estrategias o procedimientos relacionados con determinados referentes conceptuales. La competencia es entendida como un saber hacer en contexto, un conocimiento implícito en el campo del actuar humano, una acción situada que se define en relación con determinados instrumentos mediadores. Y se específica que el conocimiento no solo es concebido como la suma de principios y de métodos que deben ser aprehendidos para su transmisión, sino como aquellas reglas de acción que nos garantizan su manejo.

La noción de competencia matemática, a proponer, se fundamenta en propuestas sobre la naturaleza de la competencia en general, como lo expuesto anteriormente y en otras como las siguientes:

"Es un conocimiento implícito o de carácter no declarativo que se expresa en un saber hacer" (Torrado, 1998)

"El concepto de competencia implica la idea de una mente activa y compleja y por tanto la de un sujeto productor. Un sujeto que trabaja de manera activa el conocimiento y los saberes que recibe, a partir de lo que posee y de lo que le es brindado desde su entorno. Puede jugar con el conocimiento; lo transforma, lo abstrae, lo deduce, lo induce, lo particulariza, lo generaliza. Puede significarlo desde varios referentes, puede utilizarlo de múltiples maneras y para múltiples fines; describir, comparar, criticar, argumentar, proponer, crear, solucionar problemas.... La competencia aparece como un conocimiento en acto y no tanto como un conocimiento formal y abstracto; conocimiento que es a la vez situado, concreto y cambiante" (Torrado, 2000)

"Una actuación idónea que emerge en una tarea concreta en un contexto con sentido" (Bogoya, 2000)

"...conviene insistir en que el concepto de competencia incluye en una forma radical la noción de convivir como un saber vivir y un saber ser en contexto" (Restrepo, 2003)

Por otra parte, la noción de competencia, a proponer, tiene en cuenta, referentes planteados desde la educación matemática. Se mencionan a continuación algunos de ellos.

"...saber hacer en el contexto matemático escolar, es decir a formas de proceder que se corresponden con estructuras matemáticas, las cuales se validan y adquieren sentido en el contexto matemático escolar. Una de las expresiones más utilizadas para referirse a esas formas de proceder en matemáticas se refiere al "Hacer matemáticas"; en esta expresión están condensadas las actuaciones que permiten hacer inferencias sobre el desarrollo del pensamiento matemático que un estudiante es capaz de movilizar cuando se enfrenta con situaciones que le exigen el uso con sentido de conceptos y relaciones matemáticas en determinados contextos." (ICFES, 1999)

"El significado de competencia se asocia a lo que la gente hace con objetos matemáticos, relaciones, estructuras, procedimientos, formas de razonamiento, es decir representa la construcción personal, en el sentido de uso del conocimiento, lo que hace el estudiante con lo que conoce." (Acevedo y García, 2000)

"...se entiende por competencia matemática la capacidad de administrar nociones, representaciones y utilizar procedimientos matemáticos para comprender e interpretar el mundo real. Esto es, que el alumno tenga la posibilidad de matematizar el mundo real, lo que implica interpretar datos; establecer relaciones y conexiones; poner en juego conceptos matemáticos; analizar regularidades; establecer patrones de cambio; encontrar, elaborar, diseñar y/o construir modelos; argumentar; justificar; comunicar procedimientos y resultados." (LLECE, 2005)

"...es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo comprometido y reflexivo...es la capacidad de plantear, formular, resolver e interpretar la matemática dentro de una variedad de contextos que van desde los puramente matemáticos hasta aquellos que no presentan estructura matemática aparente, contextos que van de lo cotidiano a lo inusual y de los simple a lo complejo." (OCDE/PISA, 2003)¹

"La competencia matemática es entendida como capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas (¿por qué la técnica es adecuada?, ¿cuál es su ámbito de validez?) y las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego.." (Godino, 2002).

Desde la perspectiva de Godino, la competencia está ligada a un saber hacer específico, atiende al componente práctico, que pone en juego conocimiento de tipo procedimental, mientras que la comprensión está referida al componente teórico o relacional del conocimiento, el cual pone en juego conocimiento de tipo conceptual y argumentativo. Es importante resaltar que en este planteamiento, se considera que la compresión y la competencia son complementarias, no se podría hablar de una competencia significativa sin comprensión.

Desde una posición que retoma la idea de ligar Competencia y Comprensión, en el documento de Estándares Básicos de Competencias el MEN se propone:

"... Estas dos facetas (práctica y formal) y estos dos tipos de conocimiento (conceptual y procedimental) señalan nuevos derroteros para aproximarse a una interpretación enriquecida de la expresión ser matemáticamente competente. Esta noción ampliada de competencia está relacionada con el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo. Por tanto la precisión del sentido de estas expresiones implica una noción de competencia estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender. Si bien es cierto que la sociedad reclama y valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción reflexiva con carácter flexible, adaptable y generalizable, exige estar acompañada de comprender qué se hace y porqué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo".

En la perspectiva de Godino de interrelacionar las nociones de competencia y de comprensión, Llinares y Roig proponen la comprensión inmersa en la competencia (saber el qué usar y porqué usar) y dicen:

<sup>1</sup> Tomado de la traducción realizada por EDUTEKA de algunos apartes de la sección correspondiente a "Competencias en Matemáticas" del documento "The PISA 2003 Assessment Framework" publicado (en inglés, en formato PDF, 1.7MB) por OECD/PISAThe PISA 2003 Assessment Framework. OECD/PISA.

"...la competencia en matemática se vincula a una componente práctica relacionada con la capacidad que tiene una persona para hacer algo en particular, y también saber cuando, y porqué utilizar determinados instrumentos. Se pueden considerar diferentes dimensiones del concepto de competencia matemática: comprensión conceptual de nociones matemáticas, desarrollo de destrezas procedimentales de carácter general, pensamiento estratégico..."<sup>2</sup>

Retomando elementos de los referentes anteriores y asumiendo las nuevas perspectivas mencionadas en los primeros apartes respecto a la naturaleza de la educación matemática y de la evaluación, proponemos que el objeto de evaluación **la competencia matemática**:

esté relacionada con el uso flexible y comprensivo del conocimiento matemático escolar en diversidad de contextos, de la vida diaria, de la matemática misma y de otras ciencias. Este uso se evidencia, entre otros, en la capacidad del individuo para analizar, razonar, y comunicar ideas efectivamente y para formular, resolver e interpretar problemas.

Nótese que la noción de competencia que se propone para evaluar en las pruebas está relacionada con lo que se conoce y con lo que se sabe hacer, esto es, considera la dimensión del saber (competencia cognitiva). Esta noción deja de lado el ámbito del saber ser y el querer hacer, relacionados entre otros, con las competencias afectivas, de aprendizaje y emocionales<sup>3</sup>, aunque finalmente los desempeños de los estudiantes están, desde luego, influenciados por estos aspectos.

<sup>2</sup> Llinares S., y Roig A. Dimensiones de la competencia Matemática al finalizar la educación secundaria obligatoria. Caracterización y análisis. Universidad de Alicante. Departamento de Innovación y Formación didáctica. http://www.iberomat.uji.es/carpeta/comunicaciones/87\_anai\_roig.doc

<sup>3</sup> **Competencia de aprendizaje:** Para Faedo, (op. cit.), citando a Giovanini, (op. cit.), es el grado de autonomía de la que un alumno puede gozar para organizar su propio aprendizaje. La misma depende de la capacidad de tomar decisiones y asumir responsabilidades, de autoevaluarse y de supervisar su propio aprendizaje, de participar activamente en un aprendizaje cooperativo.

Competencia afectiva: Según Martínez-Otero, (op. cit.) y Vilá, (op. cit.), es la habilidad para reconocer, expresar y canalizar la vida emocional, donde adquiere especial importancia el equilibrio personal, la autoestima y la empatía, así como la metaafectividad o capacidad del sujeto para conocer y gobernar los sentimientos que provocan los fenómenos afectivos.

Competencia comportamental: Según Vilá, (op. cit.), son las habilidades verbales y no verbales que evidencian una adaptación de la conducta a la situación y al contexto que favorezca comunicarse de forma efectiva.

http://www.monografias.com/trabajos17/competencia-comunicativa/competencia-comunicativa.shtml

## 3. EL CONTEXTO DE LA EVALUACIÓN

#### 3.1 El conocimiento matemático en la escuela

Desde la perspectiva de los Lineamientos Curriculares propuestos por el MEN y teniendo en cuenta las nuevas visiones del hombre en su relación con el conocimiento, la sociedad y la cultura el quehacer matemático se entiende como una actividad que socialmente debe ser compartida. El conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica influenciada por diferentes culturas y distintas circunstancias sociales y culturales, está en constante evolución y sujeto a los cambios sociales, culturales, científicos y tecnológicos. Avances significativos en la disciplina se han alcanzado por caminos distintos, en diferentes momentos, ámbitos de trabajo y culturas. En consecuencia la educación matemática deberá contribuir al conocimiento cultural propio del entorno del individuo y potenciar en él habilidades que le permitan aportar desde su cultura a las discusiones en el ambiente de clase. Aparte de proporcionar una formación técnica y científica, la educación matemática, deberá coadyuvar a la formación de un ciudadano crítico y brindar herramientas suficientes para que el individuo tome posición frente a sus actividades diarias y de carácter científico.

El aula de matemática según los lineamientos, debe considerarse como un laboratorio en donde se experimentan valores como por ejemplo el de someter las ideas al escrutinio público, lo que supone que el conocimiento se construye en prácticas de cooperación mediadas por "el que sabe"; el valor de la argumentación como medio para convencer al otro, para vincularlo a un proyecto de interés común. Esto trae como mensaje el que la matemática en la escuela no deberá presentarse como un producto terminado sino en constante evolución e invita a que las prácticas pedagógicas consideren al estudiante no solo como individuo receptor sino como generador de ideas y al profesor como el orientador que cuestiona, plantea problemas e inquietudes en los estudiantes, al tiempo que los fundamenta en el conocimiento matemático. En este mismo sentido se reafirma un planteamiento presentado en otro aparte de este documento, la evaluación en matemática, tanto la externa como la interna, debe ser asumida no sólo como instrumento que cumple funciones de verificación sino fundamentalmente como elemento orientador de la educación en la formación de un buen ciudadano.

Es de anotar que en los lineamientos curriculares se reconoce que el conocimiento matemático potencia el desarrollo del pensamiento, que existe un núcleo básico de conocimientos al que debe acceder todo ciudadano y que son las situaciones problemáticas, el contexto principal del hacer matemático escolar

#### 3.2 La estructura curricular. Organizadores Curriculares.

#### 3.2.1 Desde el planteamiento de los lineamientos

Según los lineamientos es primordial relacionar los contenidos del aprendizaje con la experiencia cotidiana y con los saberes que circulan en la escuela, entre éstos, desde luego, las disciplinas científicas. En concordancia con este planteamiento se deben tener en cuenta para la organización curricular tres aspectos: los conocimientos básicos, los procesos generales y el contexto.

Conocimientos Básicos: referidos a los procesos cognitivos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y a los sistemas propios de las matemáticas (sistemas simbólicos, sistemas de representación, estructuras). Involucran conceptos y procedimientos, que están interrelacionados unos con otros. Respecto a la organización de los conocimientos básicos se hace referencia en el documento a los pensamientos y en ellos se relacionan los procesos cognitivos de los estudiantes cuando se enfrentan en la actividad matemática a la construcción y uso de tópicos matemáticos específicos o cuando se enfrentan, con los sistemas simbólicos y de representación característicos del conocimiento matemático. Estos organizadores son: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medida, el pensamiento variacional y los sistemas analíticos y el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Estos pensamientos se describen en el documento en los siguientes términos:

- Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos: Comprensión de los números y de la numeración. Significado del número. Estructura del sistema de numeración. Significado de las operaciones en contextos diversos, comprensión de sus propiedades, de su efecto y de las relaciones entre ellas y uso de los números y las operaciones en la resolución de problema diversos.
- Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos: Construcción y manipulación de representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones.
- Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida: Construcción de conceptos de cada magnitud, procesos de conservación, estimación de magnitudes y de rangos, selección y uso de unidades de medida, y patrones.
- Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos: Interpretación de datos, reconocimiento y análisis de tendencias, cambio y correlaciones, inferencias y reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.
- Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos: Reconocimiento de

regularidades y patrones, identificación de variables, descripción de fenómenos de cambio y dependencia (conceptos y procedimientos asociados a la variación directa y a la proporcionalidad; a la variación lineal, en contextos aritméticos y geométricos, a la variación inversa, al concepto de función)

**Procesos Generales**: tienen que ver con el aprendizaje y se proponen: el razonamiento, el planteamiento y resolución de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración y ejercitación de procedimientos. Algunos de los aspectos que se mencionan para describirlos se presentan a continuación

- Razonamiento: Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones. Justificar estrategias y procedimientos, formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, explicar usando hechos y propiedades, identificar patrones, utilizar argumentos para exponer ideas.
- Planteamiento y Resolución de problemas. (permea la totalidad del currículo, contexto en el cual se aprenden conceptos y herramientas): Formular y plantear problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar y aplicar diversas estrategias para resolver problemas, verificar, interpretar, generalizar soluciones.
- Comunicación. Expresar ideas (en forma oral, escrita, gráfica-visual), comprender, interpretar y evaluar ideas presentadas en formas diversas.
   Construir, interpretar y relacionar diferentes representaciones de ideas y relaciones. Formular preguntas y reunir y evaluar información. Producir y presentar argumentos convincentes.
- Modelación: Identificar matemáticas específicas en un contexto general (situación problemática real), formular y visualizar un problema en formas diversas, identificar relaciones y regularidades, traducir a un modelo matemático, representar por una fórmula o relación, solucionar, verificar y validar
- Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos: Calcular (efectuar una o mas operaciones), predecir el efecto de una operación, calcular usando fórmulas o propiedades. Graficar, transformar (a través de manipulaciones algebraicas, mediante una función, rotando, reflejando....), medir, seleccionar unidades apropiadas, seleccionar herramientas apropiadas.

**Contextos**: Tienen que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. El contexto del aprendizaje es el lugar desde donde se construye sentido y significado para los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con las ciencias, con la vida sociocultural

y con otros ámbitos de la matemática misma. La expresión contexto, tal como se expresa en los Lineamientos Curriculares, no se refiere exclusivamente a la recreación ficticia, en el espacio escolar, de situaciones relativas al entorno social y cultural que rodean a la institución educativa, sino que ante todo, hace referencia a la creación de situaciones tanto referidas a las matemáticas, otras ciencias, el entorno social y cultural, etc., como a situaciones hipotéticas a partir de los cuales los alumnos puedan pensar, formular, discutir, argumentar, construir conocimiento.

#### 3.2.2 Desde el planteamiento de los estándares

Los Estándares Básicos de Competencias reflejan el enfoque de los Lineamientos Curriculares, en el sentido de organizar el currículo relacionando los procesos generales del aprendizaje, los contextos y los conocimientos básicos, que constituyen la orientación conceptual que debe tener el currículo, partiendo de reconocer no sólo las relaciones entre conceptos asociados a un mismo pensamiento, sino las relaciones con conceptos de otros pensamientos.

Tienen como propósito orientar los desarrollos curriculares, consolidar y promover cambios en la enseñanza de las matemáticas; con el fin de ayudar a los estudiantes a comprender, hacer y usar matemáticas. Los estándares sirven además de guía para la toma de decisiones institucionales respecto al currículo; deben ser asumidos como elementos dinamizadores del currículo, que en el marco de la autonomía institucional, permitan el diseño de un proyecto educativo con pertinencia social para la comunidad en la cual se encuentra la institución, y por supuesto, para la región y el país.

Un estándar no puede verse aislado ni de los demás estándares de un determinado pensamiento, ni de los de otros pensamientos, esto es, debe haber coherencia horizontal y vertical. Es importante anotar que en los estándares se pueden apreciar relaciones entre procesos de aprendizaje, conocimientos básicos y contextos. La complejidad conceptual no se evidencia sólo en los aspectos formales de la disciplina, sino también, en el tipo de procesos que el estudiante puede realizar. Los procesos se desarrollan gradual e integradamente, avanzando en niveles de complejidad a través de los grupos de grados.

El trabajo en el aula, desde estas perspectivas, debe ser pensado desde situaciones problemas, más que desde contenidos aislados, en cada situación se deben explorar las posibilidades de interrelacionar estándares entre sí y diferentes pensamientos.

#### 4. LA ESTRUCTURA DE LAS PRUEBAS<sup>4</sup>

En las pruebas se asumirá la perspectiva integradora de los Lineamientos y Estándares, respecto a los conocimientos básicos, procesos y contextos privilegiando como contexto las situaciones problemáticas enmarcadas en las mismas matemáticas, la vida diaria y las otras ciencias.

La evaluación de la competencia matemática está referida al saber hacer en el contexto matemático escolar, es decir, a las formas de proceder asociadas al uso de los conceptos y estructuras matemáticas. La aproximación que se hace a la competencia matemática en la prueba tiene en cuenta las significaciones que el estudiante ha logrado construir y que pone en evidencia cuando se enfrenta a diferentes situaciones problema. En las pruebas es importante evaluar el significado de los conceptos matemáticos y la práctica significativa, relacionada esta última con la matematización que exige al estudiante simbolizar, formular, cuantificar, validar, esquematizar, representar, generalizar, entre otros. Actividades le permitirán desarrollar descripciones matemáticas, explicaciones o construcciones.

Lo anterior implica indagar tanto por aspectos conceptuales y estructurales: **Los componentes**, como por las formas de proceder asociadas a ellos: **Las competencias específicas.** 

#### 4.1 Competencias específicas

En los planteamientos anteriores se pueden identificar realmente competencias específicas en el área de matemáticas íntimamente relacionadas con los procesos generales propuestos en los Lineamientos Curriculares: comunicación, modelación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (que son descritos en el siguiente apartado). Es por ello, que para las pruebas se han retomado estas competencias y se han seleccionado como competencias específicas: el razonamiento y la argumentación, la comunicación y la representación, la modelación y el planteamiento y resolución de problemas. Competencias específicas en las que queda inmersa desde luego la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

El razonamiento y la argumentación están relacionados, entre otros, con aspectos como el dar cuenta del cómo y del porqué de los caminos que se siguen para llegar a conclusiones, justificar estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema, formular hipótesis, hacer conjeturas, explorar ejemplos y contraejemplos, probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones, identificar patrones y expresarlos matemáticamente y plantear preguntas. Saber qué

<sup>4</sup> Con el propósito de ampliar el marco de referencia para la evaluación en el área de matemáticas, en el anexo 1 se describen brevemente los estándares por grupos de grados.

es una prueba de matemáticas y cómo se diferencia de otros tipos de razonamiento y distinguir y evaluar cadenas de argumentos.

La comunicación y la representación, están referidas, entre otros aspectos, a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas, modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones, interpretar lenguaje formal y simbólico y traducir de lenguaje natural al simbólico formal.

Respecto a *la modelación y planteamiento y resolución de problemas*, éste se relaciona, entre otros, con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

#### 4.2 Componentes

Para la estructura de las pruebas se reorganizaron los cinco pensamientos en tres grandes ejes orientadores: el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio. Describimos a continuación algunos énfasis de éstos. Es importante anotar que cada pensamiento desarrolla habilidades específicas en los estudiantes relacionadas con sus sistemas de representación, con las estructuras conceptuales y con las formas propias de argumentación, por lo tanto ninguno de ellos puede ser excluido ni del proceso educativo ni del evaluativo.

**Numérico-variacional**: indaga por la compresión de los números y de la numeración, el significado del número, la estructura del sistema de numeración; el significado de las operaciones, la comprensión de sus propiedades, de su efecto y de las relaciones entre ellas; el uso de los números y las operaciones en la resolución de problemas diversos, el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos, a la variación inversa y al concepto de función.

**Geométrico** está relacionado con la construcción y manipulación de representaciones de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones. Más específicamente la comprensión del espacio, el desarrollo del pensamiento visual, el análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio

a través de la observación de patrones y regularidades, el razonamiento geométrico y la solución de problemas de medición. La construcción de conceptos de cada magnitud (longitud, área, volumen, capacidad, masa...etc), comprensión de los procesos de conservación, la estimación de magnitudes, la apreciación del rango, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos. El uso de unidades, la comprensión de conceptos de perímetro, área, superficie del área y volumen.

**Aleatorio** indaga por la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, de tipos de crecimiento, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión y el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- Acevedo, M. y Garcia, G. "La evaluación de las competencias en matemáticas y el curriculum: un problema de coherencia y consistencia". En: *Competencias y proyecto pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia. Unibiblos. Bogotá, (2000).
- \_\_\_\_\_ Orientaciones Curriculares para la educación Media. Secretaría de Educación -Alcaldía Mayor Bogotá. 2000
- Bogoya, D. "Una prueba de evaluación de competencias académicas como proyecto". En *Competencias y proyecto pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia. Unibiblos. Bogotá, (2000).
- ICFES. Propuesta General. En Serie Examen de estado para Ingreso a la Educación Superior. Cambios para el siglo XXI. Bogotá, 1999.
- ICFES. Matemáticas. En Serie Examen de estado para Ingreso a la Educación Superior. Cambios para el siglo XXI. Bogotá, 1999.
- Giménez, R. Evaluación en Matemáticas. Una integración de Perspectivas. Editorial Síntesis. Madrid, 1997.
- Godino, D. Competencia y Comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen?, en: Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, Madrid, 2002.
- Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación de la OREAL/UNESCO. Habilidades para la vida en las evaluaciones de matemática (SERCE LLECE). XVII Reunión de Coordinadores Nacionales del LLECE, 2005.
- Ministerio de Educación Nacional. *Matemáticas. Lineamientos Curriculares*. MEN. Bogotá, 1998.
- Ministerio de Educación Nacional, *Documento N°3, Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, 2006.
- Restrepo, G y otros. "Competencias y pedagogías en la enseñanza de las ciencias sociales". En Trazas y Miradas: Evaluación y competencias. Universidad Nacional de Colombia. Unibiblos. Bogotá, 2003.
- Rico, L. Y otros. Bases teóricas para el Currículo de Matemáticas en la Educación Secundaria. Síntesis. Madrid. 1996
- Torrado, M. De la evaluación de aptitudes a la evaluación de competencias. En: Serie Investigación y Evaluación Educativa del ICFES, número 8. bogotá, 1998.
- \_\_\_\_\_\_, "La evaluación de las competencias en matemáticas y el curriculum: un problema de coherencia y consistencia". En: *Competencias y proyecto pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia. Unibiblos. Bogotá, 2000.

#### **ANEXO 1**

Con el propósito de establecer un marco de referencia para la evaluación en el área de matemáticas, a continuación se describen brevemente los estándares por grupos de grados.

#### **Nivel Primero a Tercero**

En lo que concierne a los pensamientos numérico y variacional se espera que los niños y niñas que culminan este nivel hayan realizado un acercamiento a las matemáticas a través de objetos físicos, imágenes y diagramas, relacionando el lenguaje cotidiano con el lenguaje de los símbolos matemáticos Los primeros símbolos matemáticos son de carácter concreto y pictórico, como por ejemplo, imágenes, diagramas, gráficas, tablas; se habla entre otros, de usar representaciones –principalmente concretas y pictóricas-para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal .o para reconocer y generar equivalencias entre expresiones numéricas.

Al culminar el tercer grado el estudiante deberá reconocer el significado de los números en contextos de medición, conteo, comparación y localización entre otros; describir, comparar y cuantificar situaciones con diversas representaciones de los números y usar las matemáticas para plantear y resolver problemas concretos. Por ejemplo, usar los números naturales para describir situaciones de medida con respecto a un punto de referencia, como altura, profundidad con respecto al nivel del mar, perdidas, ganancias, temperatura etc.; se espera además que reconozca regularidades y patrones, y que describa cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.

En lo que respecta a las operaciones, el punto fundamental, además de darles significado, es reconocer el efecto que tienen sobre los números resolver y formular problemas en situaciones aditivas de composición y transformación, haciendo uso comprensivo de las propiedades. El énfasis se ubica en determinar razonabilidad de una solución, aproximar y estimar.

En lo referente a los pensamientos geométrico y métrico, se espera que los estudiantes, describan, elaboren y dibujen figuras en distintas posiciones y tamaños; que reconozcan en ellos las nociones de perpendicularidad, paralelismo y simetrías. Que indaguen por los resultados de combinar y de subdividir figuras, perciban objetos de carácter geométrico en su mundo real y que relacionen estas ideas con la medición, por ejemplo con el cálculo de perímetros y áreas de figuras sencillas. Como además es importante relacionar las nociones geométricas con las numéricas, es deseable que reconozca los resultados de ampliar y reducir, construir y deconstruir.

En cuanto al pensamiento aleatorio se consideran como actividades propias de este nivel clasificar y organizar datos en tablas y representar dicha información en pictogramas y diagramas de barras.

#### **Nivel Cuarto a Quinto**

Se deben afianzar en este nivel las relaciones entre el lenguaje cotidiano con el lenguaje de los símbolos matemáticos, es importante adquirir destreza en el paso de una representación a otra.

En cuanto a los pensamientos numérico y variacional se enfatiza en la interpretación, y comparación de las distintas representaciones de un mismo número (fracciones, decimales y porcentajes) y en el significado de las fracciones en diferentes contextos que involucren a las medidas, razones y cocientes. El estudiante deberá plantear y resolver problemas de proporcionalidad directa en contextos multiplicativos y problemas cuya solución haga uso de las propiedades de las operaciones en los números naturales, y estará en capacidad de representar, describir e interpretar situaciones de variación representadas a través de gráficos, tablas y reglas verbales. Deberá, además, representar relaciones numéricas con ecuaciones e inecuaciones aritméticas sencillas.

En lo relativo al pensamiento espacial, al culminar este nivel el estudiante comparará y clasificará objetos tridimensionales y figuras bidimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados vértices...) y propiedades. Se deberá además aproximar a las nociones de congruencia y semejanza en actividades de ampliación y reducción de figuras planas y estará en capacidad de proponer conjeturas iniciales sobre los posibles resultados de aplicar transformaciones en el plano a algunos figuras bidimensionales. Respecto al pensamiento métrico diferenciar en los objetos atributos medibles como longitud, superficie, volumen, capacidad y masa, usar diferentes procedimientos y estrategias para calcular volúmenes de algunos sólidos y áreas de figuras, aproximar y estimar.

En este nivel, en lo aleatorio se propone la representación e interpretación de datos en tablas, gráficas de barras, diagramas de líneas y circulares haciendo uso de información que provenga de fuentes cercanas y experimentos sencillos. Se espera que el estudiante esté en capacidad de recoger, organizar y distribuir, información, que lea e interprete datos de forma organizada y que formule e interprete problemas en contextos diversos.

#### Nivel Sexto a Séptimo

Al terminar el grado séptimo en lo que se refiere a los pensamientos numérico y variacional se propone uso significativo de los sistemas numéricos, manejo de las diferentes formas equivalentes de representación, decimal, fraccionaria, porcentajes, en la recta numérica, en diferentes situaciones matemáticas. Un uso comprensivo de las propiedades de las operaciones en los distintos sistemas numéricos y su aplicación a la resolución de problemas. Se pretende un mayor acercamiento a la denominada teoría de números, como por ejemplo, números primos, conceptos de divisibilidad, factores múltiplos, y su uso en problemas en diversos contextos. Se espera que el estudiante explore problemas e interprete sus resultados, que modele situaciones usando diferentes lenguajes: verbal,

gráfico pictórico, algebraico etc. Y que describa y represente situaciones de variación en contextos aritméticos y geométricos.

En este nivel, en lo geométrico el estudiante deberá identificar, describir, comparar, clasificar figuras geométricas y reconocer efectos de transformaciones. Se considera interesante que represente y resuelva problemas por medio de modelos geométricos y que aplique los conceptos básicos de la proporcionalidad y las relaciones geométricas de congruencia y semejanza. Que reconozca la geometría como medio para describir el mundo físico, que resuelva y formule problemas que involucren factores escalares y problemas que requieran técnicas de estimación.

En lo relativo a lo aleatorio, se espera que el estudiante: describa y represente información de experimentos y experiencias sencillas; obtenga y codifique información contenida en diagramas y tablas de datos; use medidas de tendencia central para interpretar comportamiento de un conjunto de datos, prediga y justifique razonamientos y conclusiones usando información estadística y use modelos para describir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento y conjeture acerca del resultado de un experimento aleatorio.

#### **Nivel Octavo a Noveno**

En lo numérico y variacional, en estos grados, se hace énfasis en el uso comprensivo de los números reales en sus diferentes representaciones en diversos contextos. En la significación de variable, expresión, ecuación e inecuación, en la modelación de situaciones de variación con funciones polinómicas y en la solución de problemas en contextos matemáticos y no matemáticos que involucren ecuaciones lineales.

Con referencia a los pensamientos espacial y métrico, se espera que el estudiante identifique, describa, compare y clasifique figuras geométricas. Explore transformaciones, represente y resuelva problemas por medio de modelos geométricos. Comprenda y aplique los conceptos básicos de la proporcionalidad y los propios de las relaciones geométricas. Que esté en capacidad de hacer estimaciones, realizar mediciones y usar las medidas para describir y comparar fenómenos, y que demuestre comprensión mas profunda de los conceptos de perímetro, área, volumen, medidas de ángulos, capacidad, peso y masa y desarrolle fórmulas y procedimientos para determinar medidas en la resolución de problemas.

En lo concerniente al pensamiento aleatorio, el estudiante deberá usar conceptos básicos de probabilidad y podrá calcular la probabilidad de eventos simples usando métodos diversos, como por ejemplo, listados, diagramas de árbol y técnicas de conteo.

Se espera que el estudiante describa y represente información de experimentos y experiencias sencillas. Obtenga y codifique información contenida en diagramas y tablas de datos. Formule inferencias y argumentos basados en análisis de datos. Valore los métodos estadísticos como medios que conllevan tomar de decisiones. Elabore modelos

de situaciones diseñando experimentos o situaciones para determinar probabilidades. Valore las posibilidades de usar un modelo de probabilidad comparando resultados experimentales con soluciones matemáticas esperadas. Realice predicciones con base en probabilidades experimentales o teóricas y reconozca el uso de la probabilidad en el mundo real.

Es deseable que en este nivel se dé un primer acercamiento a las estructuras conceptuales de la matemática, al uso de las definiciones, y de los métodos formales de argumentación y que se valoren las matemáticas como instrumento que describe situaciones del mundo real.

#### Nivel Décimo a Undécimo

En lo numérico-variacional, se considera como fundamental el conocimiento del conjunto de los números reales, las propiedades de las operaciones, la densidad y la distinción entre números racionales e irracionales. Uno de los elementos centrales a considerar es la apropiación del concepto de función analizando variación y relaciones entre diferentes representaciones y su uso comprensivo a través de la modelación con funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas, abordar situaciones que requieran nociones intuitivas de aproximación y límite. Al finalizar este nivel se espera una aproximación del estudiante a la noción de derivada como razón de cambio instantánea en contextos matemáticos y no matemáticos.

En lo referente a la geometría, en este nivel juega un papel importante el identificar propiedades de las curvas, resolver problemas en donde se usen propiedades de las cónicas, describir y modelar fenómenos periódicos usando relaciones y funciones trigonométricas y usar argumentos geométricos para formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.

En este nivel se espera, respecto a lo aleatorio, un manejo comprensivo de la información proveniente de los medios o de estudios diseñados en el ámbito escolar, que se describan las tendencias que se observen en conjuntos de variables relacionadas y usen comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación. Que se interpreten conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos y que se resuelvan y formulen problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, con remplazamiento).