Wechselstromwiderstände

Ein allgmeiner Wechselstromwiderstand X ist definiert als:

$$X = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$$

Wechselstromwiderstand eines Ohm'schen Widerstandes

Für die Spannung in einem Wechselstromkreis mit einem Ohm'schen Widerstand gilt:

$$U(t) = \hat{U}\sin(\omega t) \ \wedge \ U(t) = U_R(t) = R \cdot I(t)$$

Mit $U(t) = U_R(t)$ ergibt sich:

$$\hat{U}\sin(\omega t) = R \cdot I(t) \Leftrightarrow I(t) = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow \hat{I} = \frac{\hat{U}}{R}$$

$$\Rightarrow X_R = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{\hat{U} \cdot R}{\hat{U}} = R$$

Ein Ohm'scher Widerstand verhält sich in einem Wechselstromkreis genauso wie in einem Gleichstromkreis.

Wechselstromwiderstand eines Kondensators

Für die Spannung in einem Wechselstromkreis mit Kondensator gilt:

$$U(t) = \hat{U}\sin(\omega t) \ \wedge \ U(t) = U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$$

Mit $U(t) = U_C(t)$ ergibt sich:

$$\hat{U}\sin(\omega t) = \frac{Q(t)}{C}$$

Da $\dot{Q}(t) = I(t)$, werden beide Seiten zeitlich abgeleitet:

$$\Rightarrow \omega \cdot \hat{U}\cos(\omega t) = \frac{I(t)}{C}$$

$$\Leftrightarrow \omega \cdot C \cdot \hat{U}\cos(\omega t) = I(t)$$

$$\Rightarrow \hat{I} = \omega \cdot C \cdot \hat{U}$$

$$\Rightarrow X_C = \frac{\hat{U}}{\omega \cdot C \cdot \hat{U}} \Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Ein Kondensator erzeugt in einem Wechselstromkreis einen scheinbaren Widerstand der Form $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$. Durch das zeitlich periodische Auf- & Entladen des Kondensators kommt es zu einem Phasenunterschied zwischen Stromstärke und Spannung von $\Delta\varphi_c = \frac{\pi}{2}$, $I(t)$ eilt also $U(t)$ um $\frac{\pi}{2}$ voraus.

Wechselstromwiderstand einer Spule

Für die Spannung in einer Spule in einem Wechselstromkreis gilt:

$$U(t) = \hat{U}\sin(\omega t) \ \wedge \ U(t) = U_{ind}(t) = -L \cdot \frac{dI(t)}{dt}$$

Mit $U(t) = U_{ind}(t)$ ergibt sich:

$$\hat{U}\sin(\omega t) = -L \cdot \frac{dI(t)}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dI(t)}{dt} = -\frac{\hat{U}}{L}\sin(\omega t)$$

$$\Leftrightarrow dI(t) = -\frac{\hat{U}}{L}\sin(\omega t)dt$$

Integrieren beider Seiten gibt:

$$\int dI(t) = -\frac{\hat{U}}{L}\int \sin(\omega t)dt$$

$$\Leftrightarrow I(t) = \frac{\hat{U}}{\omega L}\cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \hat{I} = \frac{\hat{U}}{\omega L}$$

$$\Rightarrow X_L = \omega L$$

Eine Spule erzeugt in einem Wechselstromkreis einen scheinbaren Widerstand der Form $X_L = \omega L$. Durch die beim Einschalten der Spule induzierte Spannung (Selbstinduktion), die laut Lenz'scher Regel der ursprünglichen Spannung entgegengerichtet ist, wird das Ansteigen des Stroms gehemmt und verlangsamt. Deswegen entsteht eines Phasendifferenz von $\Delta\varphi_L = -\frac{\pi}{2}$, $I(t)$ hängt also $U(t)$ um $\frac{\pi}{2}$ hinterher.