

Movimiento Oscilatorio Amortiguado

1. Resumen

El objetivo global de esta práctica es estudiar las propiedades del movimiento oscilatorio amortiguado. Para ello, se utiliza un sistema compuesto por un objeto de masa m sujeto a un resorte e inmerso en un fluido viscoso. En particular, se analiza el efecto producido por la presencia del fluido en la amplitud y frecuencia del movimiento resultante.

2. Introducción:

Un péndulo, un cuerpo moviéndose sujeto a un resorte, los átomos vibrando en una molécula, los electrones de una antena radiante o receptora, son sólo algunos pocos ejemplos de cuerpos que se mueven en forma oscilatoria, es decir, sistemas físicos en los cuales el movimiento ocurre en forma periódica con respecto a la posición de equilibrio. El modelo más sencillo, para describir un movimiento oscilatorio, corresponde a un cuerpo de masa m sobre el cual actúa una fuerza proporcional al desplazamiento, esto es

$$\vec{F} = -k\vec{x},$$

donde k se denomina constante elástica o constante del resorte. El objeto realiza un *movimiento armónico simple* oscilando indefinidamente y en tales circunstancias la ecuación diferencial que describe el movimiento es

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

Aquí ω_0 es la frecuencia de oscilación del movimiento. La solución más general de la ecuación 1 es:

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

Esta expresión tiene dos constantes arbitrarias a determinar: la amplitud A , que permanece constante durante el movimiento, y la fase inicial α . Sin embargo, experimentalmente sabemos que la amplitud de un cuerpo oscilante decrece gradualmente con el tiempo hasta que éste se detiene, es decir, el movimiento oscilatorio está amortiguado. Desde el punto de vista dinámico, el amortiguamiento es la respuesta a la acción de una fuerza de fricción actuando sobre el cuerpo. En particular, cuando un cuerpo se mueve a velocidad relativamente baja a través de un fluido, la fuerza de fricción puede obtenerse aproximadamente suponiendo que es proporcional a la velocidad, y opuesta a ella:

$$\vec{F} = -b\vec{\dot{x}}$$

Aquí b es una constante que da cuenta del grado de viscosidad del fluido. En estas nuevas condiciones, la ecuación de movimiento del sistema es:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0; \text{ siendo } 2\gamma = \frac{b}{m} \quad (2)$$

Para el caso de amortiguamiento pequeño, cuando $\gamma < \omega_0$, la solución de la ec. 2 está dada por la siguiente expresión:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha), \quad (3)$$

donde A y α son constantes arbitrarias determinadas por las condiciones iniciales y la frecuencia del movimiento es:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

De acuerdo a la ec 3, el carácter oscilatorio del movimiento se mantiene pero la amplitud del movimiento ya no es constante y está dada por $Ae^{-\gamma t}$. El exponente negativo indica que el efecto de amortiguamiento es disminuir la amplitud de las oscilaciones. Notar también que la frecuencia de oscilación es distinta a la “natural” del resorte sin amortiguamiento pero no cambia en el tiempo.

3. Actividades propuestas

La Figura 1 muestra el arreglo experimental que será utilizado para analizar las propiedades del movimiento oscilatorio amortiguado. Se trata de una esfera de masa m y una varilla que la une a un resorte. El dispositivo realiza un movimiento oscilatorio sumergido parcialmente en un líquido viscoso que proporciona el rozamiento, de modo tal que la masa que cuelga quede totalmente sumergida en el mismo, pero no así el resorte. Un modo simple de hacer un monitoreo en tiempo real de la oscilación consiste en utilizar un sensor de fuerza conectado a un canal analógico digital del sistema de adquisición de datos *MPLI*. Este procedimiento mostrará una curva de fuerza vs. tiempo.

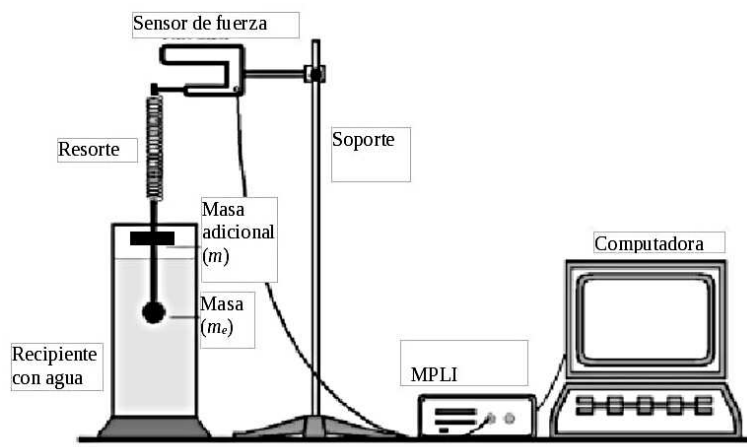


Figura 1: Dispositivo experimental utilizado para analizar el movimiento armónico amortiguado de un cuerpo de masa m en un fluido viscoso.

A partir de los datos medidos es posible determinar cómo la viscosidad del fluido afecta la amplitud y la frecuencia (o el período) del movimiento, y comparar este caso con el movimiento armónico simple que tiene lugar cuando el dispositivo oscila completamente fuera del recipiente (asumiendo que el rozamiento con el aire es despreciable). Para realizar este análisis es necesario elaborar una estrategia que permita, por ejemplo, determinar el coeficiente de amortiguamiento γ . Comparar luego el resultado obtenido con el valor tabulado para el líquido empleado. Asimismo, a fin de caracterizar el movimiento amortiguado, será de gran utilidad buscar una respuesta a los siguientes planteos:

- ¿Es posible obtener el valor de γ a partir del decaimiento observado en la amplitud del movimiento?
- ¿Varía el período (o frecuencia) natural ω_0 debido a la fricción?
- ¿Cómo se puede determinar la frecuencia de oscilación ω ?
- ¿Qué tipo de dependencia se observa en la frecuencia de oscilación y la constante de viscosidad γ con la masa del sistema?

3.1. Comentarios útiles

1. La masa total efectiva del sistema es $m = \frac{m_r}{3} + m_d + m_p$, donde m_r representa la masa del resorte, m_d es la masa del dispositivo que oscila dentro del agua y m_p corresponde a masas que eventualmente pueden ser añadidas al sistema. Las masas m_p sugeridas son 0, 50 y 100g.
2. Las condiciones iniciales del movimiento deben garantizar que el movimiento dentro del líquido no se amortigüe en sólo uno o dos períodos. Al mismo tiempo, se debe poner especial atención para que el cambio de amplitud en cada oscilación no esté acompañado por una variación significativa en la porción de masa sumergida.