

Abstand windschiefer Geraden (Methode 2)

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

H und G sind die „Laffypunkte“,
d.h. die beiden Punkte auf g und
h deren Abstand am kleinsten ist

Für g und h gilt

$$\vec{GH} \cdot \vec{v} = 0 \quad \vec{GH} \cdot \vec{v} = 0$$

Da G und g und H auf h liegt, gilt

$$\vec{GH} = \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\wedge \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} 16 + 5t - 2s = 0 \\ 4s + 17t - 3s = 0 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ s = 3 \end{cases}$$

• $t = -2$ $s = 3$ in g und h einsetzen, um Punkte zu erhalten:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow G(3|-4|1)$$

$$\Rightarrow H(5|-2|2)$$

• Abstand der Punkte berechnen:

$$d(g, h) = |\vec{GH}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$$

