**Normalenvektor**

In der Geometrie ist ein Normalenvektor ein Vektor, der senkrecht (orthogonal) auf einer Geraden oder Ebene steht. Er kann aber auch senkrecht zu zwei Vektoren mit demselben Ausgangspunkt stehen. Die Gerade, die diesen Vektor als Richtungsvektor besitzt, heißt Normale.

Um den Normalenvektor $\vec{n}= \left(\begin{matrix}n\_{1}\\n\_{2}\\n\_{3}\end{matrix}\right)$ der beiden Vektoren $\vec{a}= \left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)$ und $\vec{b}= \left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)$ zu bestimmen, gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Mithilfe des Skalarprodukts

$$\vec{a}\*\vec{n}=0 ∧ \vec{b}\*\vec{n}=0 $$

$$⇒\left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)\*\left(\begin{matrix}n\_{1}\\n\_{2}\\n\_{3}\end{matrix}\right)=0∧\left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)\*\left(\begin{matrix}n\_{1}\\n\_{2}\\n\_{3}\end{matrix}\right)=0$$

$$⇔a\_{1}\*n\_{1}+a\_{2}\*n\_{2}+a\_{3}\*n\_{3}=0$$

$$∧b\_{1}\*n\_{1}+b\_{2}\*n\_{2}+b\_{3}\*n\_{3}=0$$

Mithilfe des Additionsverfahrens auflösen!

 Beispiel: $\vec{a}= \left(\begin{matrix}1\\3\\0\end{matrix}\right)$; $\vec{b}= \left(\begin{matrix}-2\\1\\3\end{matrix}\right)$

$$\vec{a}\*\vec{n}=0 ∧ \vec{b}\*\vec{n}=0 $$

$$⇒\left(\begin{matrix}1\\3\\0\end{matrix}\right)\*\left(\begin{matrix}n\_{1}\\n\_{2}\\n\_{3}\end{matrix}\right)=0∧\left(\begin{matrix}-2\\1\\3\end{matrix}\right)\*\left(\begin{matrix}n\_{1}\\n\_{2}\\n\_{3}\end{matrix}\right)=0$$

$$⟺n\_{1}+3n\_{3}=0$$

$$∧ -2n\_{1}+n\_{2}+3n\_{3}=0$$

$$⟺n\_{1}+3n\_{3}=0$$

$$∧ -3n\_{1}+n\_{2}=0$$

$$⟺n\_{1}+3n\_{3}=0$$

$$∧ n\_{2}=3n\_{1}$$

$$⟺\frac{1}{3}n\_{2}+3n\_{3}=0$$

$$∧ n\_{2}=3n\_{1}$$

$$⟺3n\_{3}=-\frac{1}{3}n\_{2}$$

$$∧ 3n\_{1}=n\_{2}$$

$$⟺-9n\_{3}=n\_{2}$$

$$∧ 3n\_{1}=n\_{2}$$

$$⇒\vec{n}=\left(\begin{matrix}\frac{1}{3}n\_{2}\\n\_{2}\\-\frac{1}{9}n\_{2}\end{matrix}\right)$$

Setzte $n\_{2}=9;$ Möglicher Normalenvektor:

$$\vec{n}=\left(\begin{matrix}3\\9\\-1\end{matrix}\right)$$

1. Mithilfe des Kreuzprodukts

Für zwei Vektoren $\vec{a}= \left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)$ und $\vec{b}= \left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)$ heißt

$$\vec{a}×\vec{b}=\left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)×\left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}a\_{2}b\_{3}&-&a\_{3}b\_{2}\\a\_{3}b\_{1}&-&a\_{1}b\_{3}\\a\_{1}b\_{2}&-&a\_{2}b\_{1}\end{matrix}\right)$$

das Kreuzprodukt von $\vec{a}$ und$ \vec{b}$, welches dem Normalenvektor von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ entspricht.

1. $Koordinate:\left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)×\left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)$
2. $Koordinate:\left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)×\left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)$
3. $Koordinate:\left(\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right)×\left(\begin{matrix}b\_{1}\\b\_{2}\\b\_{3}\end{matrix}\right)$