Das Zerfallsgesetz

Beispiel: Betrachte ein radioaktives Präparat, bei dem minütlich 30% der noch vorhandenen Stoffmenge zerfallen.

a) Stelle die noch nicht zerfallene Stoffmenge N als Funktion der Zeit t in Minuten auf.

$$N(t) = N_0 \cdot 0{,}7^t$$

N_0: Anfangsmenge
$N(t)$: Anzahl der Kerne nach t Minuten
t: Zeit in Minuten

b) Stelle die Funktion als natürliche Exponentialfunktion, d.h. als Funktion zur Basis e dar.

$$0{,}7 = e^{\ln(0{,}7)}$$

$$\Rightarrow N(t) = N_0 \cdot e^{[\ln(0{,}7)]^t}$$

$$= N_0 \cdot e^{\ln(0{,}7)\cdot t}$$

$$= N_0 \cdot e^{\underbrace{-0{,}3567}_{\lambda} \cdot t}$$

mit $\lambda = 0{,}357$ Zerfallskonstante

Allgemein: $$\boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

Formel zur Berechnung der noch vorhandenen Kerne, wenn man die Anzahl der Kerne zu Beginn (N_0) kennt

$$\lambda = -\ln(a)$$

a der Wachstumsfaktor ist

c) Berechne die Halbwertszeit, d.h. die Zeit, nach der nur noch die Hälfte des radioaktiven Stoffes vorhanden ist.

$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $N(T_H) = \frac{1}{2} N_0$

$\frac{1}{2} N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_H}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_H}$ $\quad | \ln(\ )$

$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot T_H$ $\quad | : (-\lambda)$

$\Leftrightarrow \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{(-\lambda)} = T_H$ $\quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

$\Leftrightarrow \frac{\overbrace{\ln(1)}^{0} - \ln(2)}{-\lambda} = T_H$

$\Leftrightarrow \frac{-\ln(2)}{-\lambda} = T_H$

$\Leftrightarrow \boxed{T_H = \frac{\ln(2)}{\lambda}}$

1. auswendig lernen!
2. herleiten können!

hier $T_H = \frac{\ln(2)}{0{,}3567} \approx 1{,}94$

d.h., nach 1,94 min ist nur noch die Hälfte des Präparats vorhanden.

d) Die Aktivität A einer Strahlungsquelle gibt an, wie groß die Zerfallsrate der Kerne (und damit die Stärke der Strahlung) zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist. Sie wird in Bq (Bequerel) angegeben (1Bq=1/s)

Gib die Aktivität des Stoffes als Funktion der Zeit an.

$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\quad N'(t) = -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$\boxed{A(t) = -N'(t)}$ — wichtiger Ansatz

$A(t) = -(-\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t})$ $\quad A(0) = \lambda \cdot N_0$

$A(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$\boxed{A(t) = \lambda \cdot N(t)}$

Formel, mit der man die Aktivität zum Zeitpunkt t berechnen kann, wenn man die zu diesem Zeitpunkt vorhandene Anzahl an Kernen kennt.

$A(0) = \lambda \cdot N(0) = \lambda \cdot N_0$

$A(t) = \underbrace{\lambda \cdot N_0}_{A_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$\Rightarrow \boxed{A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$

Formel, mit der man die Aktivität zum Zeitp. t berechnen kann, wenn man die Anfangsaktivität kennt