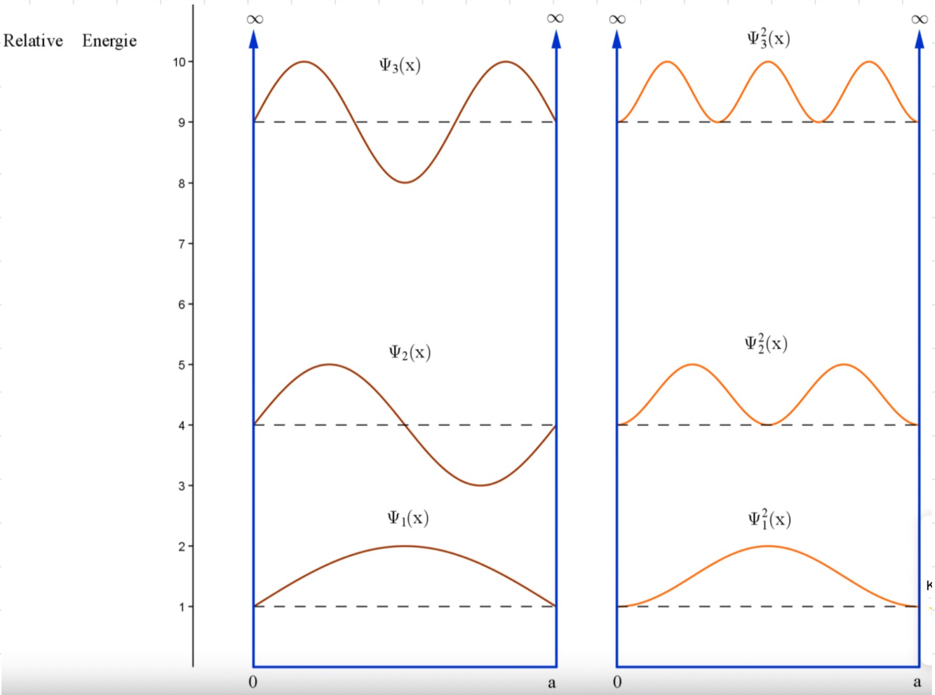
Der Tunneleffekt

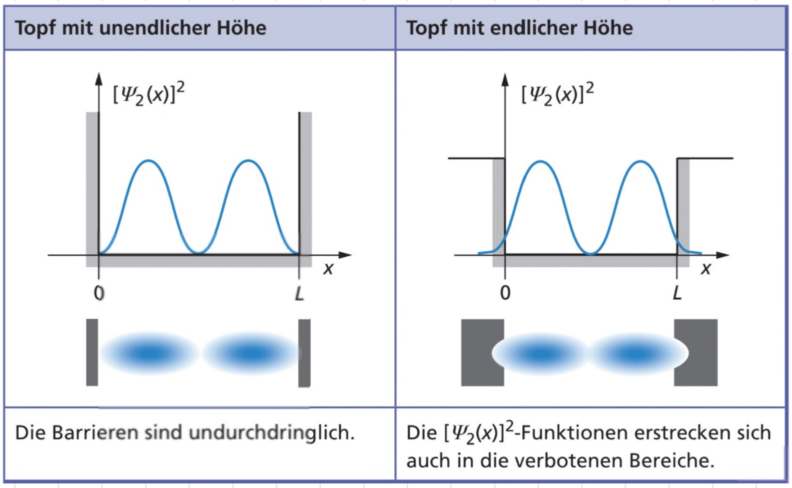
Im linearen Potentialtopf wird einem Quant eine Wellenfunktion ψ zugeordnet. Die Aufenthaltswahrsch. des Teilchens entspricht dem Quadrat der Funktionswerte.



Hier: Aufenthaltswahrscheinlichkeit an den Rändern: $|\psi(0)|^2 = 0$

$|\psi(a)|^2 = 0$

Aber: „Reale" Potentialtöpfe sind nicht unendlich tief und die Ränder nicht unendlich breit.



Die Wahrscheinlichkeitsfunktionen nehmen in einem endlich tiefen Potentialtopf nicht den Wert null an, sondern fallen nach außen hin exponentiell ab.

Damit gilt: Auch außerhalb eines Potentialtopfs mit endlich hohen Wänden gibt es eine von null verschiedene Aufenthaltswahrscheinlichkeit für die Quanten.

Je größer die Energie des Teilchens und je niedriger die Potentialwand, desto größer ist auch die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen außerhalb des Potentialtopfs anzutreffen.

„Anschauliche" Begründung:

Eine Konsequenz der Unschärferelation Heisenbergs ist, dass sich Quanten für kurze Zeit Energie vom Universum „ausleihen" können.
Zur Erinnerung: $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ bzw. $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$

Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit kann sich das α-Teilchen daher die fehlende Energie „ausleihen".

Das erklärt die unterschiedlichen Halbwertszeiten: Je größer die auszuleihende Energie, desto geringer die Wahrscheinlichkeit für den Tunneleffekt und desto länger die Halbwertszeit.
Für U-228 beträgt diese bloß 9,1 min, für U-238 bereits 4,5 Milliarden Jahre.
Grund für diesen großen Unterschied: Im ersten Fall muss sich das α-Teilchen viel weniger Energie ausleihen.