LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO FUENTE DE MATEMATIZACIÓN*

JOHN JAIRO MÚNERA CÓRDOBA

Artículo Publicado en:
Cuadernos Pedagógicos, Nº 16. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Medellín, agosto de 2001.

En los lineamientos curriculares de 1998 se propone el replanteamiento de los programas de matemáticas para la educación básica secundaria. Por un lado, privilegian la selección de los contenidos básicos; y por el otro, hacen énfasis en las estrategias metodológicas. Desde esta perspectiva, la propuesta pretende que la intervención pedagógica posibilite la reflexión al interior de los procesos para acceder al aprendizaje de los conceptos matemáticos significativamente. Como es fácil apreciar, los parámetros allí trazados tienden a cualificar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En todo proceso de enseñanza-aprendizaje siempre será necesario recurrir a unos contenidos básicos, teniendo presente que un currículo no puede reducirse a una lista de contenidos. En términos del doctor Luis Moreno Armella***, el currículo es como el piso sobre el que uno camina aunque lo importante no sea el piso sino el camino que uno lleva: a donde quiere ir.

La propuesta para el área de matemáticas se fundamenta en los lineamientos de la pedagogía activa. Esta metodología está basada en el trabajo por procesos, en los que la presentación lineal de los contenidos carece de sentido, dado que lo importante es desarrollar ideas matemáticas en los estudiantes. La presentación de los conceptos a través de las múltiples relaciones posibles, le da definitivamente a la matemática el carácter estructurante, propiciando, cada vez más, un mayor acercamiento a nuevas maneras de expresión frente a los conceptos matemáticos.

Otra de las características de La metodología por procesos es que vincula la actividad desde dos perspectivas complementarias: una, la actividad del estudiante, aunque esté compartiendo sus concepciones conceptuales con los demás compañeros, le permite generar un proceso de interiorización de modo que

---

*Ponencia presentada como soporte conceptual del Taller que lleva el mismo nombre, realizado en: VI Encuentro Departamental de Matemáticas. CEID – ADIDA, en el mes de septiembre de 2000.

***E-MAIL de Luis Moreno Armella, del Cinvestav-IPN de México. 5 de septiembre de 2000

(re)-produzca en él una red dinámica de conceptos. La otra manera es ver la actividad como "las maneras de hacer colectivas", es decir, concebir la actividad, en términos de Luis Moreno, como una actividad distribuida.
Es importante tener en cuenta las indicaciones que viene haciendo el Ministerio de Educación Nacional en torno a las líneas fundamentales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Colombia, éstas buscan impulsar el desarrollo de las mismas, tanto en su investigación como en el mejoramiento de sus procesos y potenciar la interacción cultural en cuanto a la formación matemática de los estudiantes.

Cualificar la enseñanza y aprendizaje de un saber como la matemática, implica, reorganizar el currículo de modo que se pueda movilizar desde una orientación metodológica activa y participativa que integre otras alternativas diferentes a la presentación lineal y abstracta de los contenidos matemáticos. Para complementar el significado de una intervención pedagógica desde un enfoque participativo, veamos las interpretaciones del profesor Mesa, al respecto:

> *Las interacciones entre el estudiante, el objeto a conocer y el docente deben ser fuertemente participativas: El estudiante deseando conocer por él mismo, anticipando respuestas, aplicando esquemas de solución, verificando procesos, confrontando resultados, buscando alternativas, planteando otros interrogantes. El docente, integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para los alumnos, respetando estados lingüísticos, culturales y cognitivos de sus estudiantes, acompañando oportunamente las respuestas y las inquietudes y sobre todo, planteando nuevas preguntas que le permitan al estudiante descubrir contradicciones en sus respuestas o "abrirse" a otros interrogantes*[1]

Esta alternativa metodológica podemos pensarla a través del diseño de situaciones problema, tal como lo propone los lineamientos curriculares actuales, de modo que vincule al estudiante en un proceso de matematización y que le facilite el redescubrimiento de los conocimientos matemáticos de manera cada vez más significativa.

ELEMENTOS TEÓRICOS QUE ORIENTAN UNA SITUACIÓN PROBLEMA

[1]MESA, Orlando y otros. La Intervención Pedagógica en la construcción de conceptos Matemáticos. Tercer coloquio regional de matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín : septiembre. 1993

Una situación problema la podemos interpretar como un espacio para el aprendizaje, en el que los estudiantes al interactuar con el objeto de conocimiento, dinamizan la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión conducentes a la adquisición de nuevos conocimientos. Es decir, en el caso de las matemáticas, una situación problema la podemos entender, como un espacio para generar y movilizar procesos de pensamiento que permitan la construcción sistemática de conceptos matemáticos.

Respecto a lo que es una situación problema Luis Moreno escribe:

> *La situación problema constituye el punto de partida de las situaciones didácticas. Definida como una situación didáctica fundamental, pone en juego, como instrumento implícito, los conocimientos que el alumno debe aprender.*
> *La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:*
> *Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.*
> *Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.*
> *Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores....*[2]

Para diseñar situaciones problema desde esta perspectiva se necesita: dominar el saber específico que se propone enseñar, recontextualizarlo de acuerdo a los saberes previos del educando y tener en cuenta las condiciones cognitivas de los educandos;
para luego decidir las actividades que hacen posible la interacción entre el estudiante los conceptos y el profesor. Es decir se trata de tomar el saber disciplinar y reorganizarlo de acuerdo a las condiciones del contexto, esto es, en términos de Guy Brosseau, hacer una transposición didáctica.

> *El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.*
> *Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje*[3]

---

[2]MORENO, Luis y WALDEGG, Guillermina. Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas. Documento. Septiembre de 2000.

En términos de Chamorro, las situaciones planteadas deben tender a: “Familiarizar al alumno con procesos de uso común en las matemáticas, tales como la formulación y validación de hipótesis”[4]. Además, debe propiciar espacios que le permitan particularizar, generalizar, conjeturar y verificar; características que son propias del razonamiento matemático. Al respecto afirma John Mason: “El pensamiento matemático se apoya en una atmósfera de interrogantes, desafíos y reflexión con abundante tiempo y espacio, creando desafío, sorpresa y contradicción”[5].

Las situaciones problema pueden asumirse como un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la significación matemática. Para ello es importante establecer relaciones entre los conceptos, a modo de redes conceptuales. Entendiendo por red conceptual como una especie de malla donde los nudos son el centro de las distintas relaciones existentes entre los conceptos asociados a los conocimientos que la situación permite trabajar. La estructura y desarrollo de la misma dinamiza el currículo de la matemática, en el sentido que elimina el carácter absoluto y acabado de las temáticas. Por el contrario, éstas son recreadas desde la variedad de significados entre ellas.

La red conceptual es la encargada de que el proceso de intervención genere, cada vez más, relaciones entre los conceptos, y que los procesos de matematización entre los mismos no se agoten. Es decir, la red puede extenderse desde los distintos nudos (conceptos) a otros núcleos temáticos, posibilitando la motivación hacia nuevas representaciones de los objetos involucrados. Esto es posible a partir de una adecuada propuesta y sistematización de preguntas y actividades que orientan el proceso de enseñanza y aprendizaje.

“La red de relaciones entre conceptos y estructuras matemáticas son inagotables, permiten generar continuamente nuevos procedimientos y algoritmos; no es posible pues dar por terminado el dominio de ningún concepto en un breve período de tiempo, ni pretender que se logre automáticamente una conexión significativa entre un conocimiento nuevo y aquellos conocimientos previamente

[3]MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares, Matemáticas, Santafé de Bogotá : 1998, pag. 41

[4]CHAMORRO, Carmen. El Aprendizaje Significativo en el área de las Matemáticas. España : 1992, p.11.

[5] MASON, John y otros. Pensar matemáticamente. Trad. MARTINEZ, Mariano. España : Labor, 1989. p. 167

establecidos”[6]. Cada actividad o pregunta puede abrir nuevas relaciones, bien sea entre los mismos conceptos u otros, o dando lugar a nuevas representaciones.

Las actividades y preguntas deben orientar la movilización de los preconceptos que poseen los estudiantes y los conceptos básicos que giran en torno a la temática, es decir, no son más que otra manera de dinamizar la enseñanza, vinculando la actividad cognitiva del estudiante, fundamental para su propio aprendizaje. Esto es posible si se promueve en el desarrollo de la situación, por ejemplo, la búsqueda de diferentes estrategias, respuestas, relaciones, maneras de explicación y representación, y formulación de conjeturas. En este sentido Santos Trigo expresa: “El promover un ambiente instruccional que motive a los estudiantes a participar activamente en actividades donde el resolver un problema o entender una idea matemática involucre la utilización y exploración de conjeturas, el uso de diversas representaciones, y la comunicación de resultados tanto en forma oral y escrita es un paso inicial para alcanzar tal discusión matemática”[7].

Las preguntas planteadas durante la intervención deben guardar una estrecha relación con los mediadores encargados de movilizar las ideas matemáticas y deben ser de todo tipo: cerradas y abiertas con el fin de promover la reflexión, la creatividad, y la investigación.

En adelante se plantean algunos ejemplos de situaciones problemas. Lo más importante de cada situación es que una vez el maestro haya entrado en contacto con la situación pueda reflexionar en torno a:
1. La organización temática, los conceptos y relaciones asociadas
2. Otras actividades y preguntas que posibilitan ampliar la red conceptual

SITUACIÓN PROBLEMA # 1

Se propone la siguiente situación problemática:
Un administrador de una hacienda lechera recibe semanalmente tres rollos de alambre de 36, 18 y 24 metros respectivamente. Este debe empacar cada uno de ellos en carreteles de tal manera que gaste el menor número de éstos y que en todos quede la misma cantidad.

---

[6]MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Op. cit., p.6

[7] SANTOS, Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN. 2ª edicón. Ed. Iberoamericana, S. A. México, 1997

¿Cómo podamos ayudar al administrador a resolver dicha situación?.

1. Enuncie todas las cantidades posibles para empacar el rollo de 36m.
¿Qué relación existe entre los números que dan cuenta de estas cantidades y el 36?

2. Enuncie todas las cantidades posibles para empacar el rollo de 18m.
¿Qué relación existe entre los números que dan cuenta de estas cantidades y el 18?

3. Enuncie todas las cantidades posibles para empacar el rollo de 24m.
¿Qué relación existe entre los números que dan cuenta de estas cantidades y el 24?

4. ¿Si se desea que en todos los carreteles quede la misma cantidad, cuáles serían las cantidades posibles para cada carretel?

¿Los números que dan cuenta de estas cantidades que relación tienen con los números 36, 18 y 24?

5. ¿Si en realidad queremos ahorrar carreteles, de las cantidades anteriores cuál es la que debemos seleccionar, y por qué? ¿Cuántos carreteles son necesarios?

¿El número que da cuenta de la mayor cantidad que debemos empacar en cada carretel que relación tiene con los números 36, 18 y 24? ¿Cómo lo podríamos llamar?

6. Si el administrador hubiese recibido dos rollos de 8m y 15m, para que los empacara bajo las mismas condiciones, ¿cómo debería empacarlos? ¿Cuántos carreteles necesitarían?

7. ¿Cuál sería la solución para el caso de tres rollos de 16m, 12m y 4m respectivamente?

SITUACIÓN PROBLEMA # 2

Observa los siguientes arreglos de mosaicos:

Figura 1

Figura 2

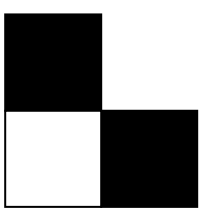


Figura 3

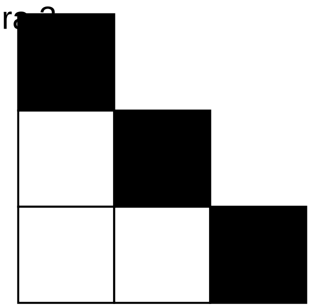


Figura 4

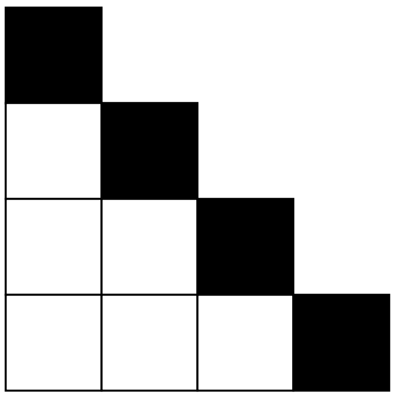
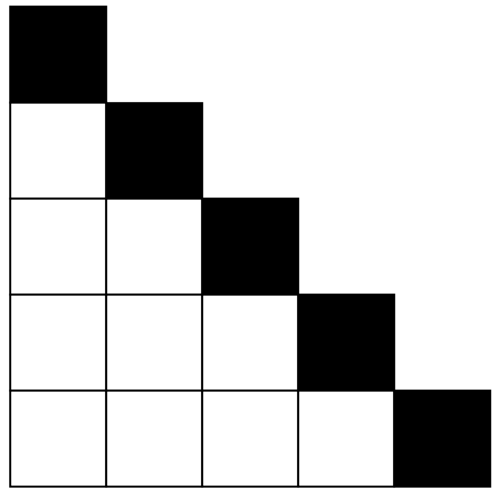


Figura 5



1. ¿Cuántos mosaicos debe haber en la figura octava?

2. ¿De que otra manera podemos expresar el total de mosaicos de cada figura?

3. ¿Cuántos mosaicos debe haber en la figura 20?

4. Cuál será una ley de formación para el total de mosaicos de la figura de cualquier posición?

5. Cuántos mosaicos sombreados deberán haber en la figura 100?

6. ¿Cuántos mosaicos blancos tendrá la figura 20?

7. ¿ Si unimos cada dos figuras consecutivas de modo que sólo se intercepten en su frontera qué tipo de figuras podemos obtener?. Haz una representación de algunas de ellas.

7.1. ¿Estas nuevas figuras cuántos mosaicos tienen respectivamente? ¿A qué clase de números corresponden?
Deduzca la ley de formación para estos a partir de las cantidades de mosaicos de las figuras iniciales.

7.2. ¿En cada una de estas nuevas figuras cuántos mosaicos sombreados hay? ¿Cuántos habrán en la décima? ¿y en la figura de la posición 25?
¿En la figura de la posición 12 cuántos blancos deberá haber?

7.3. Si una de estas nuevas figuras tiene 64 mosaicos en total, ¿cuántas figuras tiene cada una de las figuras iniciales que la conforman?

7.2. ¿En cada una de estas nuevas figuras cuántos mosaicos sombreados hay? ¿Cuántos habrán en la décima? ¿y en la figura de la posición 25?
¿En la figura de la posición 12 cuántos blancos deberá haber?

7.3. Si una de estas nuevas figuras tiene 64 mosaicos en total, ¿cuántas figuras tiene cada una de las figuras iniciales que la conforman?

SITUACIÓN PROBLEMA # 3

Se propone la siguiente situación:
80 personas se encuentran en un baile y se saludan entre sí. ¿Cuántos saludos hubo en total?
¿Cómo se podría averiguar cuántos saludos hubo en total? Proponga alguna estrategia de solución.

Algunas preguntas orientadoras:

1. ¿Si el encuentro fuera de dos personas, cuántos saludos surgirían?
Represente geométricamente la situación.

2. ¿Si el encuentro fuera de 3 personas, cuántos saludos se darían? ¿Cómo lo representaría gráficamente?

3. Realice lo mismo para un encuentro de 4 y 5 personas.

4. Organice los datos en una tabla. Obsérvelos detenidamente. ¿Existe alguna relación entre éstos?
¿Habrá una manera general que nos permita encontrar el total de saludos para un encuentro de cualquier número de personas?

5. ¿Cuál es el total de saludos para un encuentro de 8 personas?
¿Cuál sería su representación geométrica?

6. ¿Cuál es el total de saludos para un encuentro de 12 personas? ¿y para 80?

BIBLIOGRAFÍA

CHAMORRO, Carmen. El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas. España : 1992.

MASON, John y otros. Pensar matemáticamente. Trad. MARTINEZ, Mariano. España : Labor, 1989.

MESA B, Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Medellín : Centro de Pedagogía Participativa, 1994.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares, Matemáticas. Santafé de Bogotá : 1998

MORENO, Luis y WALDEGG, Guillermina. Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas. México : Documento, septiembre de 2000.

MÚNERA, John Jairo. Estrategias para la Enseñanza de los Números Fraccionarios. En : Segundo encuentro regional de profesores de matemáticas. Septiembre 15 al 18 de 1998. Medellín : Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

MÚNERA, John Jairo y BUILES, Gabriela. Las Situaciones Problema para la Educación Matemática. En : Tercer encuentro regional de profesores de matemáticas. Mayo 8 al 12 de 2000. Medellín : Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

SANTOS, L. Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México : Grupo Editorial Ibero América, 1997.

TORRES FERNÁNDEZ, Paúl. La enseñanza problémica de la matemática del nivel medio general. La Habana, Cuba, 1993. Tesis doctoral. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. Facultad de Ciencias. Departamento de matemática.