

Esempio di equazione con parametro e sistema con parametro

Esempio 1 Un gruppo composto da n individui, vuole prenotare alcune camere doppie alcune camere triple per alloggiare durante una gita. Vogliamo determinare le possibili configurazioni di camere prenotabili.

Incognite: x numero camere doppie, y numero camere triple

Parametro: n numero di partecipanti alla gita.

Equazione che traduce il problema $2x + 3y = n$

Come possiamo procedere per rispondere al problema:

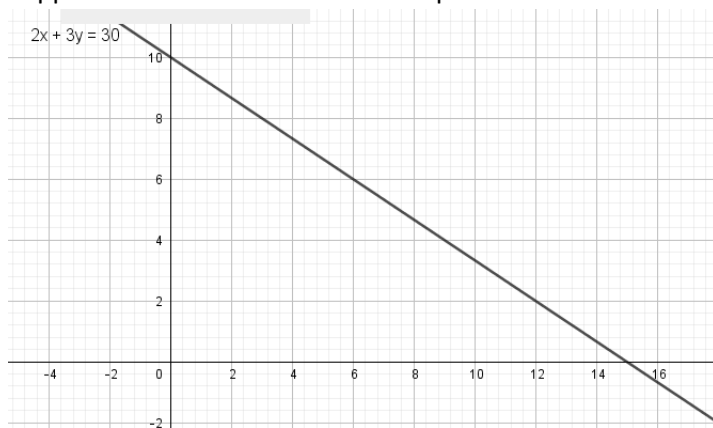
- Potremmo assegnare un valore a n , ad esempio $n=30$

L'equazione risulta $2x + 3y = 30$.

Essendo una equazione lineare in due variabili, sappiamo che ha infinite soluzioni.

Tutte le soluzioni dell'equazione sono i punti della retta di equazione $2x + 3y = 30$

Rappresentiamo analiticamente sul piano cartesiano



Si osservi che:

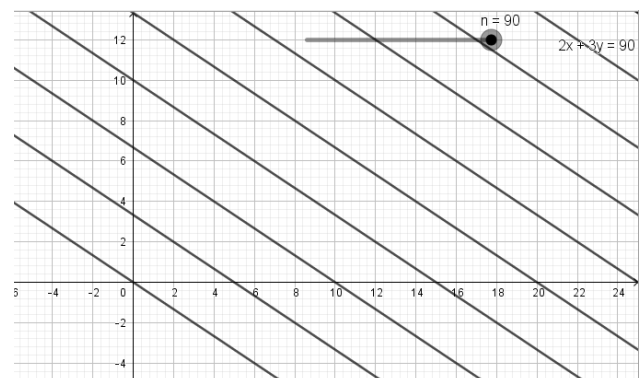
- Vincoli di natura (ovvero dovuti dalla natura delle variabili): $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$
- Vincoli del problema: le soluzioni di x e y devono essere numeri interi (non potendo avere mezza camera!)

Le soluzioni sono tutti i punti della retta con coordinate intere. Ad esempio: $(15,0)$; $(0,10)$; $(12,2)$; $(6,6)$

- Ora dovremmo ripetere questo stesso ragionamento per un altro valore di n , ad esempio $n=40$, e così via.

E' preferibile allora lasciare il parametro n ed esplicitare l'equazione $3y = -2x + n \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{n}{3}$

Possiamo ora rappresentare tutte le rette al variare di n : [sappiamo che poiché hanno lo stesso coefficiente angolare, saranno tutte parallele]



Esempio 2

Supponiamo adesso che il nostro gruppo di n individui voglia spendere circa 17€ a testa, e che la camera doppia costi d € e la tripla 50€.

Sempre utilizzando le incognite precedentemente introdotto, possiamo scrivere l'**equazione** che traduce questa nuova informazione

costo camera doppia · *numero doppie* + *costo tripla* · *numero triple* = *budget complessivo*

$$40x + 50y = 17n$$

Se vogliamo soddisfare le due richieste:

$$\begin{cases} 2x + 3y = n \\ 40x + 50y = 17n \end{cases}$$

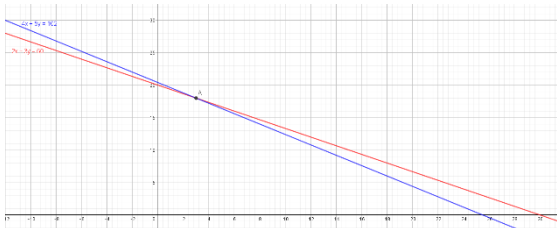
Otteniamo un sistema nel parametro n

Il sistema è determinato poiché $\frac{2}{40} \neq \frac{3}{50}$

Risolviamo per sostituzione

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + \frac{n}{3} \\ 40x + 50y = 17n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + \frac{n}{3} \\ 40x + 50\left(-\frac{2}{3}x + \frac{n}{3}\right) = 17n \end{cases}$$

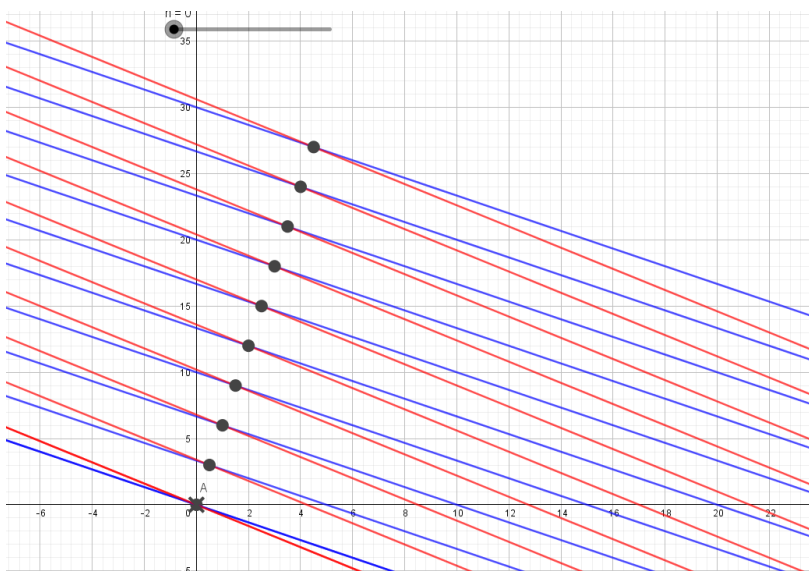
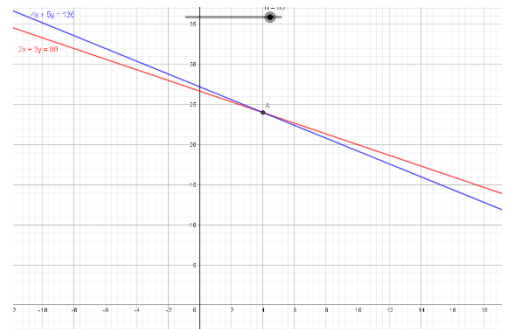
$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + \frac{n}{3} \\ \frac{20}{3}x = 17n - \frac{50}{3}n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -\frac{2}{3} \cdot \frac{n}{20} + \frac{n}{3} \\ x = \frac{1}{20}n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{10}n \\ x = \frac{1}{20}n \end{cases}$$



Se il gruppo è formato da $n=60$ individui allora

$$\text{prenoteranno } \begin{cases} y = \frac{3}{10}60 = 18 \text{ triple} \\ x = \frac{1}{20}60 = 3 \text{ doppie} \end{cases}$$

Se il gruppo è formato da $n=80$ allora saranno prenotate 4 doppie e 24 triple



Nel grafico riportato, ottenuto con Geogebra, per alcuni valori di n sono riportate **la retta blu** corrispondente alla prima equazione (le camere), **la retta rossa** corrispondente alla seconda equazione (il costo) e il loro punto di intersezione.