Die Hess'sche Normalform:

-> spezielle Form einer Geradengleichung oder Ebenengleichung.

-> dient dazu, den Abstand eines Punktes zu einer Geraden oder einer Ebene zu berechnen.

$$E: (x - \vec{p}) \cdot \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$$

$$\downarrow$$

$\vec{n}_0$ oder Normaleneinheitsvektor

Bsp:

geg: $P(1|0|2)$ $\quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

-> Aufstellen Ebene in Hesse'sche Normalform

$$E: [\vec{x} - \vec{p}] \cdot n_0 = 0$$

$$\Rightarrow \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \circ \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

-> weil: $\left|\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

$$\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ges: Abstand (d) Punkt $Q(1|0|1)$ von E:

$$d = \left| \left[\underset{\vec{q}}{\underset{\downarrow}{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}$$