

TALLER SOBRE ELIPSE

Problemas de aplicación

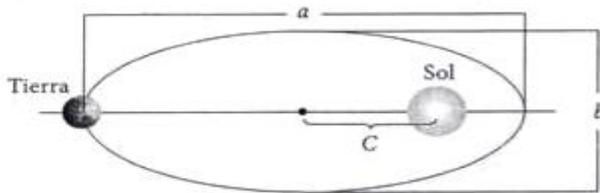
La elipse tiene aplicaciones en el campo de las ciencias naturales, por ejemplo, el movimiento que describen los planetas alrededor del Sol corresponden a curvas elípticas; en física, las propiedades de reflexión de la luz, el sonido u otros se pueden describir por medio de una elipse. Cuando se coloca un emisor de ondas en un foco, estas ondas se reflejan en las paredes de la elipse y se dirigen hacia el otro foco.

En arquitectura, algunas construcciones se diseñan basados en la elipse, por ejemplo, las galerías murmurantes son salones diseñados en forma de elipse. Si una persona está en un foco de la galería puede murmurar y ser escuchada por otra persona que se encuentra en el otro foco, pero las demás personas no pueden escucharla.

Los siguientes son algunos ejemplos de aplicaciones de la elipse en situaciones reales en física y arquitectura.

✖ Ejemplos

- ① El planeta Tierra describe una órbita elíptica alrededor del Sol donde el Sol se ubica en uno de los focos. La excentricidad de la órbita terrestre es $e = 0,017$ y la longitud del eje mayor de la elipse es 149 millones de km aproximadamente. Encontrar la diferencia entre el eje mayor y el eje menor de la órbita de la Tierra.



La excentricidad de la elipse es $e = \frac{c}{a} = 0,017$, entonces,

$$c = a \times e$$

$$c = 0,017 \times 149.000.000$$

$$= 2.533.000 \text{ km}$$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, entonces,

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$b = \sqrt{149.000.000^2 - 2.533.000^2}$$

$$\approx 148.978.467 \text{ km}$$

Se reemplaza el valor de a .

Se reemplazan los valores de a y c .

Así, la diferencia entre el eje mayor y el eje menor se obtiene así:

$$149.000.000 - 148.978.467 = 21.532 \text{ km aproximadamente.}$$

Por lo tanto, la diferencia entre el eje mayor y el eje menor de la Tierra es 21.532 km aproximadamente.

- ② Una galería murmurante de 20 m de ancho tiene focos localizados a 7 m del centro. Determinar la altura de dicha galería.



La longitud del salón es la longitud del eje mayor, luego,

$$2a = 20 \text{ m}$$

$$a = 10 \text{ m}$$

La distancia de cada foco al centro del salón es $c = 7 \text{ m}$.

La altura del salón se obtiene hallando el valor de b , así:

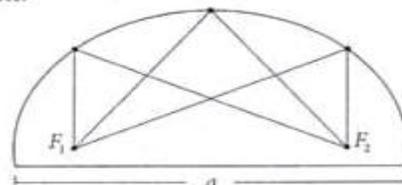
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - 7^2}$$

$$= 7,14 \text{ m}$$

Por lo tanto, la altura de la galería murmurante es 7,14 m.



Actividades

Ejercita: 1

Razona: 2

- 1 Determina las coordenadas del centro, las coordenadas del foco y las coordenadas de los vértices de cada elipse y luego grafícala.

a. $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

b. $18(x-1)^2 + 2(y+3)^2 = 72$

c. $12(x+4)^2 + 3(y-1)^2 = 48$

d. $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

e. $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 92 = 0$

f. $x^2 + 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0$

g. $4x^2 + 9y^2 - 16x + 18y - 11 = 0$

h. $4(x-5)^2 + 3(y-5)^2 = 192$

i. $9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0$

j. $4x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$

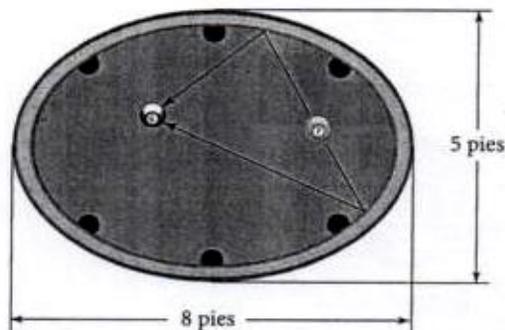
- 2 Encuentra la ecuación canónica y la ecuación general de la elipse que cumple con las condiciones señaladas.

- Sus vértices son $(1, 1)$, $(5, 1)$, $(3, 6)$ y $(3, -4)$.
- Su excentricidad es $e = \frac{3}{5}$ y el centro es $(2, 5)$.
- Centro $(2, -3)$ eje focal paralelo al eje y semieje mayor 5 y semieje menor 3.
- Focos $(4, 1)$ y $(-6, 1)$, longitud del eje mayor 16.
- Centro en $(-2, -1)$, uno de sus vértices es $(-2, -6)$ y la longitud de su lado recto es 4.
- Centro en el punto $(-2, -1)$ y el eje mayor paralelo al eje y .
- Centro en $(4, 5)$ y $e = \frac{1}{2}$.

Soluciona problemas

- 3 Un túnel tiene una bóveda en forma semi-elíptica. El ancho del túnel es de 20 pies y la altura es de 24 pies.
- Imagina una elipse completa cuyo centro sea el centro del camino. Determina la ecuación de dicha elipse.
 - Determina la longitud del lado recto de la elipse que se describe en el literal a.

- 4 Una mesa elíptica de billar tiene 8 pies de largo y 5 pies de ancho. Determina la ubicación de los focos. Si una bola se colocara en cada foco y una de ellas se golpeará con la fuerza suficiente, chocará con la otra, sin importar en donde rebote.



- 5 La órbita de la Tierra alrededor del Sol tiene forma de elipse con el Sol en un foco y semieje mayor con una longitud de 92,9 millones de millas. Si la distancia entre los focos es de 3,16 millones de millas, determina:

- ¿Qué tanto se acerca la Tierra al Sol?
- La mayor distancia posible entre la Tierra y el Sol.

- 6 Supón que la órbita de un planeta tiene la forma de una elipse con un eje mayor cuya longitud es 500 millones de kilómetros. Si la distancia entre los focos es 400 millones de kilómetros, obtén una ecuación de la órbita.



- 7 El teatro de un colegio tiene forma elíptica. La distancia máxima entre uno de sus focos y la pared es de 90,2 pies y la distancia mínima es de 20,7 pies. Determina la distancia entre los dos focos.

- 8 Un trasbordador espacial llevó un satélite de comunicaciones al espacio. Este recorre una órbita elíptica alrededor de la Tierra. La distancia máxima entre el satélite y la Tierra es de 23.000 millas y la distancia mínima es de 22.800 millas. La Tierra está en un foco de la elipse. Determina la distancia entre la Tierra y el otro foco.