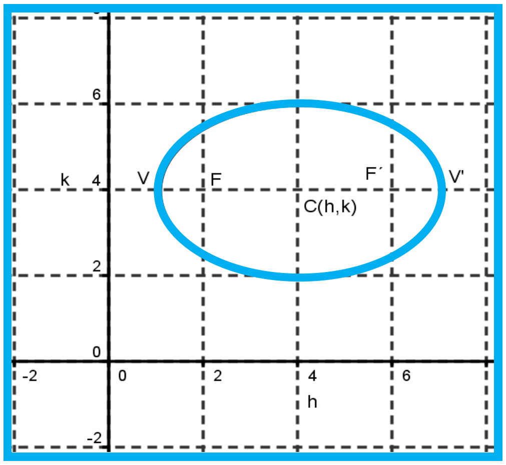
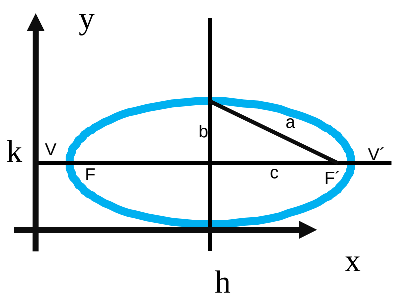
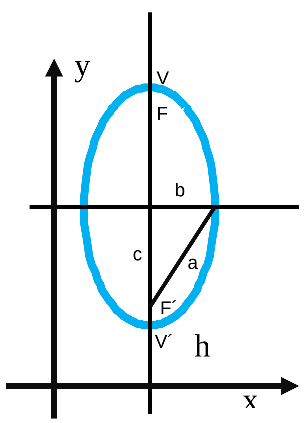
3.1.3. Ecuación ordinaria de la elipse con su centro fuera del origen.

Si el centro de la elipse está fuera del origen del sistema coordenado, entonces tendrá como centro **C(h, k)** como se muestra en la siguiente figura:



Por lo que la ecuación y las fórmulas para determinar sus vértices, focos, LLR y la excentricidad serán:

Figura.	Ecuación.	Fórmulas.
	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ a>b $a^2=b^2+c^2$	C(h, k) F'(h+c, k) F(h-c, k) V'(h+a, k) V(h-a, k) LLR= $\frac{2b^2}{a}$ e= $\frac{c}{a}$
	$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ a>b $a^2=b^2+c^2$	C(h, k) F(h, k+c) F´(h, k-c) V(h, k+a) V´(h, k-a) LLR= $\frac{2b^2}{a}$ e= $\frac{c}{a}$

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.

Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, excentricidad y la gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y-4)^2}{9}=1$.

Como **"a"** siempre es mayor que "b" tenemos que la ecuación es:

$$\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y-4)^2}{9}=1$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$a^2=16$ a= $\sqrt{16}$ **a=4**

$b^2=9$ b= $\sqrt{9}$ **b=3**

Para conocer el valor de **"c"**, se aplica el Teorema de Pitágoras:

$a^2=b^2+c^2$

c= $\sqrt{a^2-b^2}$

c= $\sqrt{16-9}$

c= $\sqrt{7}$ c=2.64

-h=-3 h=3

-k=-4 k=4

C(h, k) C(3, 4)

F'(h+c, k) F'(3+2.64, 4) F'(5.64, 4)

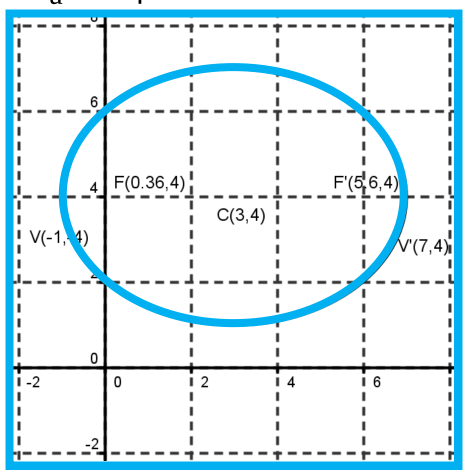
F(h-c, k) F(3-2.64, 4) F(0.36, 4)

V´(h+a, k) V'(3+4, 4) V'(7, 4)

V(h-a, k) V(3-4, 4) V(-1, 4)

LLR= $\frac{2b^2}{a}=\frac{2(9)}{4}=\frac{18}{4}=4.5$

e= $\frac{c}{a}=\frac{2.64}{4}=0.66$



Ejemplo 2. Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR , excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-4)^2}{25}=1$

Como **"a"** siempre es mayor que **"b"** tenemos que la ecuación es:

$$\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-4)^2}{25}=1$$

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

$a^2=25$ a= $\sqrt{25}$ a=5

$b^2=16$ b= $\sqrt{16}$ b=4 para conocer el valor de **"c"**, se aplica el Teorema de Pitágoras.

$a^2=b^2+c^2$

c= $\sqrt{a^2-b^2}$ c= $\sqrt{25-16}$ c= $\sqrt{9}$ =3

-h=2 h=-2

-k=-4 k=4

C(h, k) C(-2, 4)

F(h, k+c) F(-2, 4+3) F(-2, 7)

F´(h, k-c) F´(-2, 4-3) F´(-2, 1)

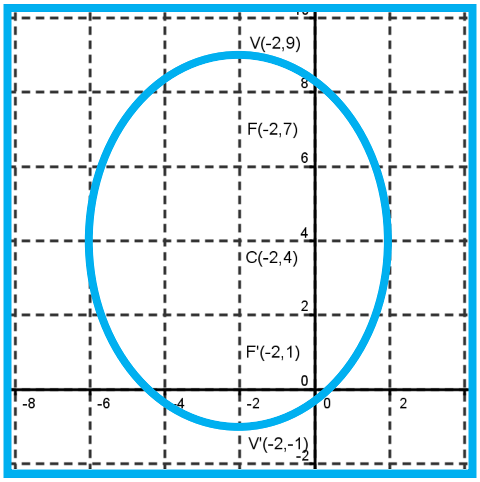
V(h, k+a) V(-2, 4+5) V´(-2, 9)

V´(h, k-a) V´(-2, 4-5) V´(-2, -1)

LLR= $\frac{2b^2}{a}=\frac{2(16)}{5}=\frac{32}{5}=6.4$

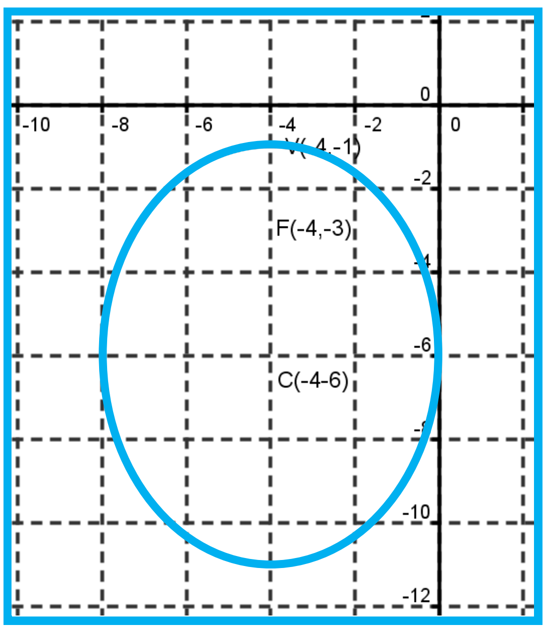
e= $\frac{c}{a}=\frac{3}{5}=0.6$

Su gráfica queda de la siguiente manera:



Ejemplo 3.

Hallar la ecuación ordinaria de la elipse, si se sabe que su C(-4, -6), su F(-4, -3) y su V(-4, -1).



Después de graficar los datos se deduce que su ecuación es de la forma:

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

Por lo que debemos conocer el valor de **"a"** y de **"b"**.

Para conocer la ecuación sabemos que:
C(h, k) C(-4,-6) **h=-4** **k=-6**

F(h, k+c) F(-4,-3) pero k+c=-3 por lo que:

c=-3-k c= -3-(-6) c=-3+6 **c=3**

V(h, k+a) V(-4,-1) pero k+a=-1 por lo que:

a= -1-k a= -1-(-6) a=-1+6 **a=5**

Para encontrar "b" sabemos que:

$a^2=b^2+c^2$

b= $\sqrt{a^2-c^2}$

b= $\sqrt{5^2-3^2}$

b= $\sqrt{25-9}$

b= $\sqrt{16}$

b^2=16

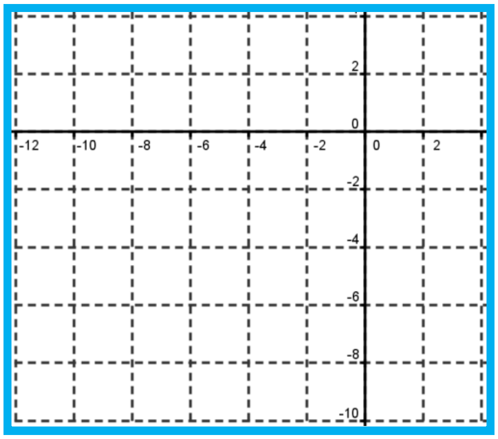
Por lo tanto su ecuación es:

$$\frac{(x+4)^2}{16}+\frac{(y+6)^2}{25}=1$$

Ejercicios para realizar en clase.

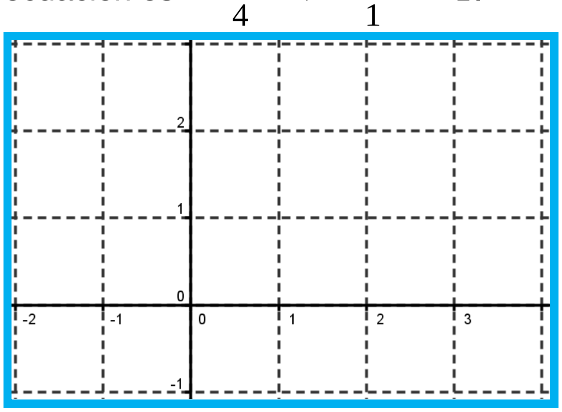
Ejercicio 1.

Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, la excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x+4)^2}{36}+\frac{(y+3)^2}{25}=1$.



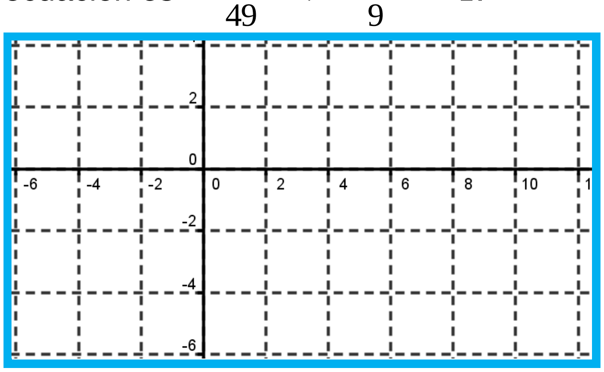
Ejercicio 2.

Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, la excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$.



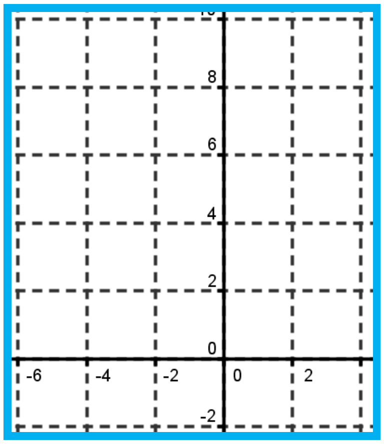
Ejercicio 3.

Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, la excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x-3)^2}{49}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$.



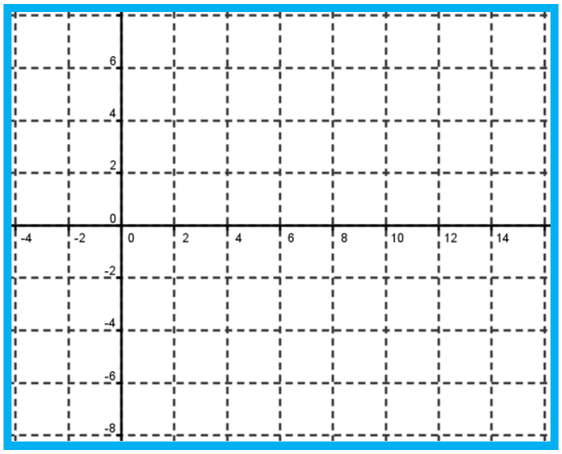
Ejercicio 4.

Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, la excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x+1)^2}{16}+\frac{(y-4)^2}{25}=1$.



Tarea de evaluación.

1. Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, la excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x-6)^2}{64}+\frac{(y-1)^2}{49}=1$.



2. Hallar las coordenadas de los vértices, focos, LLR, la excentricidad y gráfica de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{5}=1$.