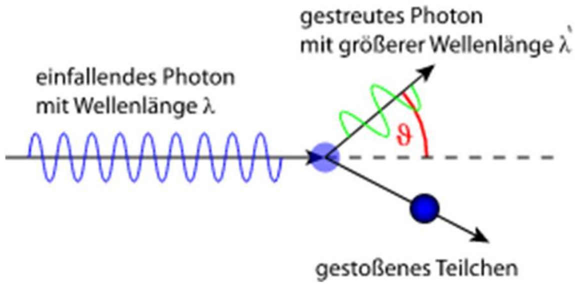
Comptoneffekt bei der Absorption von Gammastrahlen

- Dominiert bei Gammaquanten mittlerer Energie
- Gammaquant löst äußeres Hüllenelektron aus und verändert dabei seine Energie (es erhält eine größere Wellenlänge) und seine Richtung (es wird gestreut). Es wird nicht wie beim Photoeffekt vernichtet (Unterschied zum Photoeffekt: äußere Hüllenelektronen können als quasi frei betrachtet werden)
- resultierendes Quant kann weitere Compton-Reaktionen eingehen oder durch Potoeffekt vernichtet werden.



Vertiefung:

- Der Compton-Effekt bezeichnet die Vergrößerung der Wellenlänge λ eines Photons bei der Streuung an einem Teilchen wie bspw. einem Elektron.
- Die Zunahme der Wellenlänge $\Delta\lambda$ bei einem Streuwinkel von ϑ lässt sich berechnen mittels

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c}(1 - \cos(\vartheta)) = \lambda_c(1 - \cos(\vartheta)).$$

- Die Compton-Wellenlänge λ_c für Elektronen ist

$$\lambda_{c,e} = \frac{h}{m_e \cdot c} \approx 2{,}43 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}.$$

Auffällig: Die Wellenlängenänderung ist unabhängig von der Wellenlänge der einfallenden Strahlung

Auf den zwei folgenden Seiten findet ihr die Herleitung der Formel zur Berechnung der Wellenlänge des gestreuten Quants. Diese verwendet den Energie- und den Impulserhaltungssatz und ist (aufgrund des mathematischen Aufwands) nicht abiturrelevant. Da dies aber nicht bedeutet, dass ihr diese Herleitung mit den Mitteln der Schulmathematik nicht verstehen könnt, habe ich sie für Interessierte angehängt (aus der Leifi-Seite heraus kopiert)

Theoretische Herleitung (nur für Experten)

Man deutet den Compton-Effekt als vollelastischen Stoß zwischen dem Photon und einem freien Elektron.
Das Photon gibt dabei einen Teil seiner Energie und seines Impulses an das Elektron ab.

Um nicht zu viele Indizes zu verwenden sollen für die Herleitung folgende Bezeichnungen verwendet werden:

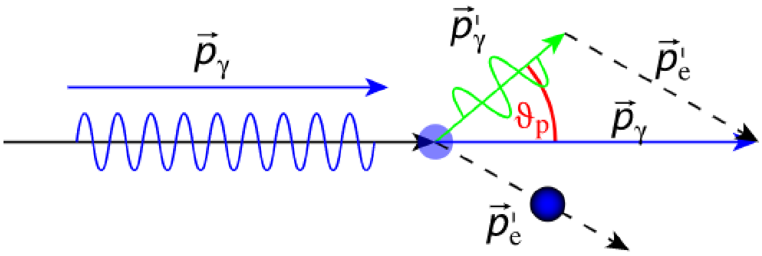
	Energie	Impuls	Wellenlänge
Photon vor dem Stoß	E	p	λ
Photon nach dem Stoß	E'	p'	λ'
Elektron vor dem Stoß	E_0	0	
Elektron nach dem Stoß	E_e	p_e'	

Es gelten die folgenden physikalischen Gesetze:

1. Energieerhaltungssatz:

$$E + E_0 = E' + E_e \qquad (1)$$

2. Impulserhaltungssatz (vektoriell): $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e'$



©

Dies führt über den Kosinussatz zur Gleichung

$$p'_e{}^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos(\vartheta) \qquad (2)$$

3. Die Energie-Impuls-Beziehungen

$$\text{für das Elektron: } E_e^2 = E_0^2 + c^2 \cdot p_e'^2 \qquad (3a)$$

$$\text{für das Photon vorher: } E = p \cdot c \qquad (3b)$$

$$\text{für das Photon nachher: } E' = p' \cdot c \qquad (3c)$$

Vorgehen

Gesucht ist die Energie oder der Impuls oder die Wellenlänge des gestreuten Photons in Abhängigkeit von den Daten des ungestreuten Photons und des Winkels ϑ.
Strategie: Man setzt die einfacheren Gleichungen (1) und (3) in die kompliziertere Gleichung (2) ein.

(1') $E_e = E + E_0 - E'$ (3a) $p'^2_e = \frac{E_e^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{(E+E_0-E')^2 - E_0^2}{c^2}$ (3b) $p = \frac{E}{c}$ (3c) $p' = \frac{E'}{c}$ in (2) ergibt

$$\frac{(E+E_0-E')^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{E^2}{c^2} + \frac{E'^2}{c^2} - 2\frac{E \cdot E'}{c^2}\cos(\vartheta) \qquad | \cdot c^2$$

Nun muss man noch vereinfachen:

$$E^2 + E_0^2 + E'^2 + 2E \cdot E_0 - 2E \cdot E' - 2E' \cdot E_0 - E_0^2 = E^2 + E'^2 - 2E \cdot E' \cos(\vartheta)$$

$$\Rightarrow 2E \cdot E_0 - 2E \cdot E' - 2E' \cdot E_0 = -2E \cdot E' \cos(\vartheta) \qquad | \cdot \frac{1}{2 \cdot E \cdot E' \cdot E_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{E'} - \frac{1}{E_0} - \frac{1}{E} = \frac{-\cos(\vartheta)}{E_0}$$

Durch Einsetzen der Energieformel des Photons ergibt sich

$$\frac{\lambda'}{h \cdot c} - \frac{\lambda}{h \cdot c} = \frac{1}{E_0} \cdot (1 - \cos(\vartheta)) \qquad | \cdot (h \cdot c)$$

$$\boxed{\Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos(\vartheta))}$$

mit der sogenannten COMPTON-Wellenlänge

$$\lambda_c = \frac{h}{m_{0,e} \cdot c} = 2{,}42 \cdot 10^{-12} m$$

Merkregel:

Ein Photon mit der COMPTON-Wellenlänge λ_C hat wegen

$$E_{\mathrm{Ph},\lambda_C} = h \cdot \frac{c}{\lambda_C} = h \cdot \frac{c}{\frac{h}{m_{0,e} \cdot c}} = m_{0,e} \cdot c^2 = E_{0,e}$$

die Energie, die der Ruhemasse des Elektrons entspricht.